Metall.
114-x

Metall.

114 ~

Thalén

UNTERSUCHUNG

VON

EISENERZFELDERN

DURCH

MAGNETISCHE MESSUNGEN.

VON

ROBERT THALÉN.

AUS JERN-KONTORETS ANNALER 1879 BEARBEITET

VON

B. TURLEY.

MIT EINER LITHOGRAPHIRTEN TAFEL.

LEIPZIG.
VERLAG VON ARTHUR FELIX.
1879.

B

Verlag von Arthur Felix in Leipzig.

Åkerman, Richard, Studien über die Wärmeverhältnisse des Eisenhohofenprocesses mit besonderer Berücksichtigung auf den hierbei geübten Einfluss des erhitzten Windes. Aus dem Schwedischen übersetzt und mit Vorwort begleitet von P. von Tunner. Mit 2 lithogr. Tafeln. gr. 8. 1872. 4 M.

Ångström, C. A., Ueber Gesteinsbohrmaschinen. Aus dem Schwedischen übersetzt von B. Turley. Mit 3 lithogr. Tafeln. gr. 8. 1874. 3 M.

Ansiaux, L., u. L. Masion, Praktisches Handbuch über die Fabrikation des Puddeleisens und Puddelstahls, so wie über ihre Verarbeitung zu den verschiedenen Sorten der in dem Handel vorkommenden Stäbe, Bleche, Drahtsorten etc. Deutsch bearb. von Dr. Carl Hartmann. Mit 4 lithogr. Tafeln. gr. 8. 1861. 7 M.

Bell, J. Lowthian, Ueber die Entwickelung und Verwendung der Wärme in Eisenhohöfen von verschiedenen Dimensionen. Frei übersetzt und mit einigen Bemerkungen begleitet von P. von Tunner. Mit 1 lith. Tafel. gr. 8. 1870. 4 M.

Bolley's Handbuch der technisch-chemischen Untersuchungen. Eine Anleitung zur Prüfung und Werthbestimmung der im gesammten Gewerbswesen oder der Hauswirthschaft vorkommenden und zur chemischen Untersuchung geeigneten Natur- und Kunsterzeugnisse. Fünfte Auflage, nach Professor E. Kopp's Tode ergänzt und bearbeitet von Carl Stahlschmidt, Prof. der chem. Technologie. Erste Abtheilung. Mit 65 Holzschnitten. gr. 8. 1879.

Die zweite Abtheilung ist unter der Presse. 10 M.

Boman, L. E., Das Bessemern in Schweden in seiner jetzigen Praxis. Mit Vorwort von P. v. Tunner. Nebst 1 lithogr. Tafel. gr. 8. 1864. 2 M.

Breithaupt, A., Paragenesis (Zusammenvorkommen) der Mineralien. Mineralogisch, geognostisch und chemisch beleuchtet, mit besonderer Rücksicht auf Bergbau. Mit 1 Tafel Abbildungen. gr. 8. 1849. 5 M 40 ₰.

— Mineralogische Studien. Separat-Abdruck aus der Berg- und hüttenm. Zeitung 1865/66.

Cotta, B. v., Die Lehre von den Erzlagerstätten. Zweite, verbesserte und verm. Auflage. Mit in den Text eingedr. Holzschnitten. 2 Theile. gr. 8. 1859—61. 2 M 40 ₰.

— Die Lehre von den Flötzformationen. Mit einer in Farbendruck ausgeführten Tafel und in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. 1856. 16 M.

— Geologische Fragen. Mit in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. 1858. 6 M.

— Die Gesteinslehre. 2. Auflage. gr. 8. 1862. 6 M.

Dürre, E. F., Wissenschaftlich technisches Handbuch des gesammten Eisengiessereibetriebes. 2 Bände. 2. Auflage. Mit 49 Tafeln Abbildungen. 8. 1875. 5 M.

— Ueber die Constitution des Roheisens und den Werth seiner physikalischen Eigenschaften zur Begründung eines allgemeinen Constitutionsgesetzes für dasselbe. gr. 8. 1868. 44 M.

Fauck, A., Anleitung zum Gebrauche des Erdbohrers. Mit 10 lithogr. Tafeln. gr. 8. 1877. 4 M.

Gaetzschmann, M. F., Die Aufsuchung und Untersuchung von Lagerstätten nutzbarer Mineralien. Zweite verbesserte Auflage. Mit in den Text eingedruckten Holzschnitten. gr. 8. 1866. 6 M.

— Die Aufbereitung. Zwei Bände. Mit in den Text eingedruckten Holzschnitten und einem Atlas von 66 lith. Tafeln. gr. 8. 1864—72. 47 M.

Gottschalk, C. G., Die Grundlagen des Rechnungswesens und ihre Anwendung auf industrielle Anstalten, insbesondere auf Bergbau, Hütten- und Fabrikbetrieb. Mit besonderer Rücksicht auf die verschiedenen Methoden und Systeme der Buchführung, für Unternehmer, angehende Betriebs- und Rechnungs-Beamte, sowie insbesondere für Studirende der Bergwissenschaften. Lex.-8. 1865. 9 M.

UNTERSUCHUNG

VON

EISENERZFELDERN

DURCH

MAGNETISCHE MESSUNGEN.

VON

ROBERT THALÉN.

AUS JERN-KONTORETS ANNALER 1879 BEARBEITET

VON

B. TURLEY.

MIT EINER LITHOGRAPHIRTEN TAFEL.

LEIPZIG.
VERLAG VON ARTHUR FELIX.
1879.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS

Vorwort.

Anfangs der sechziger Jahre war ich im mittleren Schweden dienstlich gezwungen, Tageaufnahmen und Grubenmessungen in einem äusserst magnetischen Terrain jahrelang ausschliesslich mit dem Compasse auszuführen. Ich habe dabei sattsam die betreffenden Schwierigkeiten kennen gelernt, zumal mir damals keine anderen wissenschaftlichen und mechanischen Hülfsmittel zu Gebote standen.

Mit lebhaftestem Interesse hat mich deshalb nachstehende Arbeit erfüllt, und ich glaube meinen Fachgenossen einen kleinen Dienst zu erweisen, wenn ich dieselbe hiermit in deutscher Bearbeitung veröffentliche.

Oelsnitz bei Lichtenstein,
im April 1879.

B. Turley.

Will man Erzlagerstätten aufsuchen, so hat man im Allgemeinen in der Geologie und Mineralogie die zuverlässigsten Hülfsmittel hierzu, nur in einigen wenigen Fällen können rein physikalische Untersuchungen dabei von Nutzen sein. In Folge der Eigenschaft des Eisens und vieler eisenhaltiger Stoffe, unter dem Einflusse des Erdmagnetismus selbst magnetisch zu werden, ist es möglich, die Einwirkung dieser Körper auf die Magnetnadel bei der Aufsuchung solcher Erze anwenden zu können. Bergmeister Sjögren sagt in seinem Lehrbuche der Mineralogie in dieser Beziehung: „Nur wenige Mineralien sind in einem gewissen Grade magnetisch; dahin gehören die gewöhnlichen schwedischen Eisenerze (Magneteisenstein, Rotheisenstein) Magnetkies und Titaneisen. Diese ihre Eigenschaft hat zu der dem schwedischen Bergbau eigenthümlichen Anwendung des Grubencompass (einer in einer kleinen runden Dose aufgehängten, nach allen Richtungen beweglichen Magnetnadel) zur Aufsuchung von unter der Dammerde verborgenen Eisenerzen Veranlassung gegeben. Da Magnetkies, zuweilen auch Magneteisenerz, unzertrennliche Begleiter des Kupferkieses, der Zinkblende und anderer Schwefelmetalle sind, so hat man den Grubencompass auch zur Aufsuchung dieser letzteren Erze angewendet.

Dieser, wie man annimmt, im vorigen Jahrhunderte vom Landeshauptmann Daniel Tilas erfundene Grubencompass, der in Schweden noch heut im allgemeinen Gebrauche ist, unterscheidet sich von dem deutschen Compass theils dadurch, dass die Nadel nach allen Richtungen frei beweglich ist, theils darin, dass das Instrument, dem jede Gradeintheilung abgeht, nur einen in der Innenseite der Dose in gleicher Höhe mit dem Mittelpunkte der Nadel verzeichneten Horizontalkreis besitzt, an welcher Linie die Neigungen der Nadel bestimmt werden

sollen. Da hiernach nur ein Schätzen nach dem Augenmaass und kein wirkliches Messen der verschiedenen Nadelneigung an den unterschiedlichen Stellen möglich ist, so muss es mit sehr grossen Schwierigkeiten verbunden sein, von den Angaben der Compassnadel auf die Lage und Erstreckung der Erze zu schliessen, und dies um so mehr, als ein Instrument sich in Bezug auf Empfindlichkeit zu einem andern ziemlich verschieden verhalten kann. Durch Anbringung eines gradirten Kreisbogens in der Verticalebene, wie bei den gewöhnlichen Inclinationsinstrumenten, würden wenigstens annähernde Messungen ermöglicht werden, und in dieser Form scheint das Instrument in Amerika wirklich benutzt zu werden.

Mit dem Grubencompass in seiner gewöhnlichen Form können ganz sichere Resultate erst dann gewonnen werden, wenn der Beobachter eine durch lange Erfahrung erworbene Kenntniss der Eigenthümlichkeiten des benutzten Instrumentes besitzt. Kommt dazu, dass diese Compassuntersuchungen für Manchen vielleicht die einzige oder zeitweise mindestens die wichtigste Einnahmequelle bilden, so ist es leicht erklärlich, dass jeder geschickte Erzsucher aus Gewinnsucht bei der Anwendung des Instrumentes mit einer gewissen Heimlichkeit zu Wege gehen wird und nicht geneigt ist, seine Verfahrungsweise der grossen Allgemeinheit zu offenbaren. Da es hiernach für Jedermann schwer oder fast unmöglich ist, alle Compassangaben vollständig zu deuten, so hat Mancher geglaubt, dass ein geschickter Erzsucher eine gewisse Begabung nöthig habe; auch einige der fast übernatürlichen Eigenschaften, welche die Unkenntniss früher der sogenannten Schlag- oder Wünschelruthe zuschrieb, wurden auf die Compassnadel übertragen. Aber Aberglauben auf der einen Seite erzeugt gewöhnlich Misstrauen auf der anderen, und dieses hat sich unleugbar darauf stützen können, dass mit dem Grubencompass zuweilen wirkliche Betrügereien ausgeführt wurden, die sogleich einzusehen und aufzudecken dem Uneingeweihten wohl nicht immer so leicht fiel. So berichtet Brooks von einem amerikanischen Erzsucher, dass sein Compass in der Nähe eines Erzlagers je nach der Stellung des Instrumentes einmal 90° Neigung und das andere Mal einen viel kleineren Winkel angab, und er setzt hinzu, dass jene Stellung benutzt wurde, wenn Erzvorkommnisse zu verkaufen waren, die letztere aber, wenn es sich um einen Ankauf

handelte. Auch in Schweden sollen Beispiele von solcher Schlauheit bei manchen Erzsuchern vorkommen, die durch Anwendung eines starken Magnets, angebracht an einem Stocke, der Nadel eine starke Neigung mit dem Nordpole nach unten zu geben wissen, wenn es gilt, dem Käufer ausserordentlichen Erzreichthum darzuthun.

Aber abgesehen von allen Betrügereien, die mit diesem wie mit jedem andern Instrumente stets ausführbar sind, können die Veränderlichkeiten, die von der Anwendung desselben fast ganz unzertrennlich sind, doch oft so gross sein, dass selbst der gewissenhafteste Beobachter der Compassangaben leicht vollständig verwirrt werden kann. Igelström glaubt sogar, dass die Anwendung des Compass zu bergmännischen Zwecken zuweilen vollständig werthlos sein kann, ab und zu gar betrüglich, insofern man geologische und mineralogische Anschauungen nicht hülfreich mit verwerthen kann. Diese Behauptung will ich zwar nicht vollständig bestreiten, wünschte dieselbe aber doch einigermassen modificirt zu sehen. Denn es ist unbestreitbar, dass die Einwirkungen des Magnets etwas der Kenntniss von den Lagerstätten nützen können. So ist leicht ersichtlich, dass gerade unter dem Punkte, an welchem die Nadel sich senkrecht stellt, im Allgemeinen kein eisenhaltiges Erz zu existiren braucht, obgleich die Ansicht die allgemeine ist, dass gerade dort das meiste Erz liegen muss. Die Stelle nämlich, an welcher die Compassnadel von einem verticalen Erzlager am stärksten angezogen wird, liegt nicht gerade über, sondern nördlich vom Südpole des Magnetstockes. Denn wenn der Magnetismus des Erzes hinreichend stark ist, muss sich irgendwo nördlich vom Erzpole ein Punkt finden, dessen horizontale magnetische Erd- und Erzcomponenten gleich stark, aber in Bezug auf die Richtung entgegengesetzt sind. An diesem Punkte heben diese horizontalen Kräfte ihre gegenseitigen Wirkungen auf und die übrigbleibenden Verticalkräfte des Erdmagnetismus und des Erzes suchen dann die Compassnadel in eine senkrechte Stellung zu bringen. Unglücklicherweise aber befinden sich auf einem Meridian im Allgemeinen zwei solche Punkte, an denen die Nadel sich lothrecht stellt, und von ihnen ist es natürlich der am nördlichsten gelegene, der meist irre leitet. Dies gilt, wenn das Erz zu Tage oder nahezu ausstreicht.

Anmerkung. Bezeichnen G und F die verticalen und horizontalen Componenten des Erdmagnetismus, V und H die entsprechenden Kräfte des Erdmagnetismus und P das Uebergewicht der Nadel am Südende, das so abgepasst ist, dass die Nadel sich an erzlosen Stellen horizontal stellt, so wird die Neigung J' des Nordpols gegen den Horizont, wenn es sich um den Meridian handelt, durch die Formel angegeben:

$$tang\ J' = \frac{V + G - P}{H - F}$$

oder, wenn $V = P$, durch

$$tang\ J' = \frac{G}{H - F.}$$

Man sieht hieraus, dass für $F = H$ $J' = 90^0$ wird, was nur nördlich vom Südpole des Erzstockes der Fall sein kann, wie wir später sehen werden.

Würde man nun an einem solchen Punkte, an welchem der Compass sozusagen „auf dem Kopfe steht“, einen Schacht in Angriff nehmen, so wäre es ein Glücksfall, wenn man daselbst wirklich Erz fände. Dies kann nämlich, wenn das Erzlager zu Tage tritt, nur dann der Fall sein, wenn die Lagerausdehnung zwischen Nord und Süd genügend gross ist.

Noch ein anderes nahe liegendes Beispiel sei hier angeführt. Befindet man sich auf dem Boden einer Eisenerzgrube, so zeigt der Compass eine starke Anziehung nach Norden. Mancher hat hieraus schliessen wollen, dass unter dem Compass sich unbedingt ein grosses und neues Erzlager befinden müsse, dass sich dasselbe also in die Tiefe fortsetze. Dass dies aber durchaus nicht der Fall sein muss, ist vollständig daraus ersichtlich, dass das über dem Compass befindliche Erz hinreicht, die eben erwähnte Verticalstellung des Magnets mit dem Nordpole nach unten vollkommen zu erklären, wie wir ebenfalls weiter sehen werden. Trotzdem dürfte es wahr genug sein, dass die Nadelangaben oft irreleitend sind. Eine unbedeutende, dicht unter der Oberfläche befindliche Erzdruse oder ein Erznest kann in mancher Beziehung auf dieses Instrument eine gleich grosse Wirkung ausüben wie ein grosser, aber tief unter der Erdbedeckung liegender Erzstock, ohne dass man mit der fraglichen Nadel unmittelbar entscheiden könnte, in welcher Tiefe sich das anziehende Erz befindet.

Aus allen diesen Verhältnissen scheint das Bedürfniss hervorzugehen, eine auf rein wissenschaftlicher Grundlage aufgestellte Methode zu gewinnen, um Eisenerzfelder mittelst der Magnetnadel zu untersuchen, welche Methode möglichst Jeder-

mann zugänglich und vor Allem zuverlässig in der Anwendung sein muss. Das Nachstehende aber bezweckt keinesweges, den Grubencompass vom Aufsuchen der Eisenerze zu verdrängen, da in dieser Beziehung das Instrument unzweifelhaft das zweckmässigste ist. Im Gegentheil wird vorausgesetzt, dass, um unnöthige Arbeit und Zeit zu ersparen, die ungefähre Lage des Erzvorkommens schon bekannt ist und dass es nur noch erübrigt, zu bestimmen, wo sich das meiste Erz befindet, in welcher Tiefe sein Centrum liegt, welche Erstreckung der Fund besitzt u. s. w. Die Untersuchung des Lagers nach der neuen Methode soll da beginnen, wo die Unvollkommenheiten der alten die betreffenden Bestimmungen unsicher machten. Noch weniger kann die Absicht vorliegen, durch diese neue Untersuchungsmethode die geologischen Anhaltspunkte entbehrlich zu machen, sondern es verhält sich dies gerade umgekehrt. Dass man mit Hilfe der Geologie die auf magnetischem Wege gewonnenen Resultate, die man durch Rechnung oder Experiment nicht im Voraus ergründen konnte, zu deuten sucht, kann man hoffen, so mindestens allmälig und soweit möglich das gesteckte Ziel zu erreichen, d. h. vor Beginn kostspieliger Vorarbeiten die grösstmögliche Kenntniss von der Lage und Beschaffenheit des Erzvorkommens zu gewinnen.

Die Methode Brooks'.

Der Amerikaner Brooks, Geolog-Ingenieur in Wiscounsin, hat zur Untersuchung von Eisenerzfeldern einen Inclinationsapparat benutzt, mit dem er an verschiedenen Beobachtungsorten des Erzfeldes sowohl die Richtung wie die Schwingungsanzahl der Nadel in der Zeiteinheit bestimmte. Je näher dem Pole der Erzmasse die Beobachtungspunkte dabei lagen, desto mehr Schwingungen musste die Nadel in der Minute machen; durch Verzeichnung der erhaltenen Resultate musste er mithin die Lage des Erzpols erhalten. Aber es ist leicht ersichtlich, das die hierbei beobachtete Wirkung nicht allein von der Anziehung der Erzmasse, sondern auch von der Einwirkung des Erdmagnetismus abhängig ist; auf das erhaltene Resultat wirken sowohl der Abstand zwischen dem Beobachtungspunkte und dem Erzpole, als die Richtung, von diesem Pole an gerechnet, in

welcher die Beobachtungen erfolgten, bedeutend ein. Als alt bekannt ist auch zu bemerken, dass die Schwingungen der Inclinationsnadel kaum sehr zuverlässig sein können, da die Friction, die sich stets an den Wellenzapfen einfindet, bedeutend ist. Dennoch hat Brooks auf diese Weise viele Eisenerzfelder in Amerika untersucht und aus diesen Messungen verwendbare Resultate ableiten zu können geglaubt.

Brooks hat noch eine andere Verfahrungsart angegeben und magnetische Triangulation benannt, scheint dieselbe aber nicht benutzt zu haben. Nimmt man eine gewöhnliche, mit einem Sonnenweiser versehene, in der Horizontalebene bewegliche Compassnadel, die so eingerichtet ist, dass die Einwirkung des Erdmagnetismus auf dieselbe durch einen passend angebrachten Magnet aufgehoben werden kann, vorausgesetzt, dass diese Compensation an einer vom Erzlager so entfernten Stelle erfolgte, dass die Einwirkung des Erzmagnetismus auf die Nadel dabei unmerklich war, so wird die Nadel an dieser erzfreien Stelle eine indifferente Gleichgewichtslage einnehmen. Stellt man dann das so compensirte Instrument in der Nähe des Erzlagers mit Hilfe des Sonnenweisers in der Weise ein, dass seine Stellung zur Himmelsrichtung dieselbe wird, wie sie vorher auf dem eisenfreien Punkte war, so wird die auf die bewegliche Nadel wirkende Richtungskraft nur von der Attraction der Erzmasse ausgeübt, weshalb sich die Nadel gegen den Erzpol wenden muss. Wiederholt man dieses Verfahren an einigen Stellen in der Nähe des Poles, so wird der gesuchte Erzpol in dem gemeinsamen Schnittpunkte der verschiedenen Richtungslinien zu finden sein.

Diese sehr einfache und scheinbar anwendbare Methode setzt aber voraus, dass die Compensation des Erdmagnetismus vollständig erfolgte und dass die Einstellung des Instrumentes auf dem Erzfelde mit gehöriger Genauigkeit stattfindet. Dazu kommt, dass, wie Brooks selbst bemerkt, sich auf dem Erzfelde in der Nähe des Instrumentes nur ein einziger Pol befindet. Da aber gewöhnlich mehr Pole vorhanden sind, so dürfte die praktische Anwendung dieses Vorschlages mit verschiedenen Schwierigkeiten verbunden sein.

Eine analoge Art mittelst der Inclinationsnadel hat Brooks auch angegeben, um die Tiefe der Erzmasse unter Tage zu be-

stimmen. Aber diese Methode scheint aus mehreren Gründen weder leicht anwendbar, noch ganz zuverlässig zu sein.

Die Methode Wrede's.

Freiherr v. Wrede, welcher in München 1843 den von Lamont für erdmagnetische Untersuchungen construirten Theodolith kennen lernte, liess sich ein kleines Reise-Instrument anfertigen, das später hauptsächlich zu Inclinationsbestimmungen oft benutzt wurde. Mit demselben wollte er auch Eisenerzfelder untersuchen, aber zu Versuchen in dieser Beziehung kam er nicht, sondern die ganze Angelegenheit gerieth bei ihm bis 1874 in Vergessenheit. Veranlasst durch meine damaligen Publicationen, machte er dann seine Methode bekannt.

Wrede's vorgeschlagenes Verfahren besteht darin, dass er auf dem Erzfelde in der Richtung der magnetischen Ost-Westlinie, deren ungefähre Lage er als bekannt voraussetzt, zwei solche Puncte aufsucht, den einen westlich und den anderen östlich vom Erzstocke, an denen die Abweichungen der Compassnadel vom magnetischen Meridian unter sich gleich gross sind, auf der einen Seite aber westlich und auf der anderen östlich. Mitten zwischen diesen Punkten muss es einen dritten geben, für welchen jene Declination Null sein muss; da dieser Punkt auf dem über den Erzstock gehenden Meridian liegt, so wird auch die Lage dieser Linie bekannt. Dann erübrigt noch, mit Hilfe des Magnets und eines Eisenstabes längs des Meridians die magnetische Intensität und Inclination zu bestimmen, um aus diesen Beobachtungen mittelst Rechnung zu finden, wo der Erzpol liegt. Dabei hat man nämlich die Lage desjenigen Punktes zu suchen, für welchen der Horizontalcomponent des Erzmagnetismus Null ist und wo der allein vom Magnetismus des Erzlagers herrührende Neigungswinkel an der Inclinationsnadel 90° beträgt.

Diese Methode beansprucht also weniger Beobachtungen als meine ursprüngliche Methode; dagegen erfordert sie an jedem Beobachtungspunkte vollständige Bestimmungen aller vom Magnetismus der Erzmasse herrührenden Elemente. Eine Hauptfrage bleibt aber die, inwieweit die Meridianlage in allen Fällen auf obige Weise hinreichend genau bestimmbar ist. Mindestens

in dem Falle dürften Abweichungen zu befürchten sein, wenn die Form der Erzmasse nicht regelmässig ist und die Declinationscurven, von denen wir weiter sprechen, östlich und westlich vom Meridian einander nicht gleich sind. Ist aber letztere Linie in ihrer Lage hinreichend bestimmt, so führen die vorgeschlagenen Berechnungen zu demselben Resultate, wie die von mir aufgestellte Regel zum Auffinden der Erzpollage mittelst Schneiden der neutralen Linie mit dem Meridian, und jene Formeln müssen auch mit dieser Regel die Ungelegenheit theilen, dass sie unanwendbar sind, wenn das Erz zu Tage ausstreicht.

Nach dieser kurzen Betrachtung der Methoden von Brooks und Wrede wende ich mich zu meinem Verfahren der Untersuchung von Eisenerzfeldern mit Hilfe magnetischer Messungen.

I. Methode der Untersuchung von Eisenerzfeldern mittelst des Magnetometers.

§ 1. Das Instrument.

Das von mir vorgeschlagene Instrument ist, wie das von Wrede construirte, eine Vereinfachung von Weber's transportablem Magnetometer oder von Lamont's Reisetheodolit. In seiner einfachsten Form kann es aus einer Compassdose bestehen, deren Kreis je nach der Grösse in ganze oder halbe Grade getheilt sein muss. Ein Kreisdurchmesser von 80 bis 100 mm. genügt für den fraglichen Zweck vollständig. Winkelrecht zu dem durch den Nullpunkt der Gradirung gehenden Durchmesser läuft in horizontaler Richtung von der Dose ein Arm aus, welcher beim Linienausstecken auf dem Felde als Diopter dient und bei den Deviationsmessungen den fixen Magnet aufnimmt. Durch diesen Magnet, dessen Längenrichtung mit dem Arme parallel ist und dessen Abstand von der beweglichen Nadel stets unverändert bleibt, wird bei passender Instrumenteinstellung eine Abweichung der Nadel nach der einen oder der anderen Seite der ursprünglichen Gleichgewichtslage verursacht. An der anderen Seite der Dose befindet sich eine aufrecht stehende Hülse, in welche bei Inclinationsbestimmungen ein Stab von weichem Eisen eingesetzt werden kann.

Wie jener Magnet, bewirkt auch dieser Eisenstab eine Abweichung der beweglichen Nadel. Das Instrument ist um eine Verticalaxe drehbar, besitzt eine Wasserlibelle und Nivellirungsschrauben und steht auf einem dreibeinigen Statif.

Will man den Apparat noch mehr vereinfachen, so könnte man die Compassdose auf einem rectangulären Brette befestigen, dessen Kante das Diopter ersetzen würde, während das Brett selbst den fixen Magnet aufnähme, der durch einige Schrauben oder Federn in seiner einmal bestimmten Lage befestigt würde. Als Unterlage des Apparates könnte man dabei einen gewöhnlichen Messtisch benutzen, auf dessen einnivellirtem Brette das Instrument zu drehen wäre, bis es die für jeden Fall bezweckte Lage einnähme. Ein so eingerichtetes Instrument könnte man für eine sehr geringe Summe erhalten und wäre doch vollständig anwendbar.

Uebrigens könnte die Form des Instrumentes vielfach und leicht geändert werden, ohne dass die Ungleichheiten der betreffenden Construction auf die Untersuchungsmethode einzuwirken brauchten. Da aber das angewendete Modell sich vollständig zweckmässig erwies, so lassen wir dies bei Seite.

§ 2. Die Beobachtungsmethode.

Die Beobachtungen mit dem Magnetometer bestehen hauptsächlich in Deviationsmessungen, wobei sich zwei verschiedene Verfahrungsarten anwenden lassen. In dem einen Falle stellt man das Instrument so ein, dass die Compassnadel, während der fixe Magnet von seinem Platze auf dem Arme abgenommen ist, schon von Anfang an im Nullpunkte der Gradirung einspielt, und in dieser Stellung muss das Instrument dann unverrückt stehen bleiben. Sobald man den Magnet auf den Arm legt, wird die Nadel unter einem gewissen Winkel von ihrer ursprünglichen Lage abweichen; die Grösse dieses Winkels liest man auf dem Gradkreise ab. Im anderen Falle hingegen dreht man das Instrument, während der Magnet auf dem Arme liegt, so weit, bis die Nadel auf den Nullpunkt der Gradirung weist, in welchem Falle beide Magnete winkelrecht zu einander sind. Nach Abnahme des fixen Magnetes bestimmt man, wenn die Nadel sich ruhig eingestellt, durch Ablesen den Ausschlagwinkel derselben. In diesem Falle wird der Winkel bei sonst gleichen Verhältnissen grösser als in jenem.

Von diesen beiden Methoden ist die letztere, die man Sinusmethode nennt, die empfindlichere, beansprucht aber bei der Anwendung längere Zeit als die erstere, da das Instrument bei jeder besonderen Messung mit Magnet und Eisenstab von Neuem einzustellen ist. Im Uebrigen haftet an dieser Verfahrungsweise die Ungelegenheit, dass sie, wenn der Erzmagnetismus stark ist, sich nicht über den ganzen nördlichen Theil des Erzfeldes anwenden lässt.

Bei der ersten Methode, der Tangentenmethode, bleibt das Instrument an jedem Beobachtungspunkte während beider Arten von Deviationsmessungen unverrückt stehen. Aber gegen diese Methode kann man einwenden, dass die sogenannte Constante des Instrumentes mit dem Abweichungswinkel variirt; diese Ungelegenheit hat die Sinusmethode nicht. Aber man sieht leicht, dass die Veränderung dieser Constanten bei der von mir vorgeschlagenen Constructionsmethode ganz einflusslos ist, da es sich dabei nur darum handelt, diejenigen Punkte zu verbinden, für die man denselben Winkelwerth erhielt, ganz abgesehen davon, wie gross der Winkel und seine entsprechende Constante waren. Will man die Lage des Erzes aber durch Rechnung bestimmen, und beansprucht man grosse Genauigkeit, so ist es nöthig, wie bei allen erdmagnetischen Beobachtungen im Freien, auch hier die Sinusmethode anzuwenden, insofern das Messinstrument nicht besonders construirt ist.

Bei Abweichungen auf erzfreiem Felde wirken auf die bewegliche Nadel zwei Kräfte, von denen die eine, von dem fixen Magnete herrührend, die Nadel in die Längenrichtung des Magnetes zu stellen sucht, also längs des horizontal ausgehenden Armes, während die andere Kraft, welche der Horizontalcomponent des Erdmagnetismus bildet, die Nadel längs des magnetischen Meridians des Beobachtungspunktes zu stellen strebt. Unter der gleichzeitigen Einwirkung dieser beiden Kräfte stellt sich die Nadel in die Richtung der Resultante beider, wobei der Winkel zwischen der jetzigen und der ursprünglichen Nadellage von dem Verhältnisse der beiden Kräftegrössen und ihrer gegenseitigen Richtung abhängt.

Bezeichnet man den Deviations- oder Abweichungswinkel mit α und den Componenten des Erdmagnetismus mit H, so erhält man für jene beiden Beobachtungsweisen leicht folgende

Formeln:

für die Tangentenmethode $H \,.\, tang\ \alpha = K_1$ und
„ „ Sinusmethode $H \,.\, sin\ \alpha = K_2$,

wo K_1 und K_2 Constanten sind, so lange Stärke und Lage des abweichenden Magnetes auf dem Arme unverändert bleiben.

Sind diese Constanten bekannt, so kann man mittelst jeder der beiden Beobachtungsmethoden von der Grösse des beobachteten Winkels auf den wirklichen Werth von H schliessen. Ist die Constante aber unbekannt, so kann man doch durch solche Beobachtungen relative Bestimmungen von H erhalten und mithin Aenderungen seines Werthes beurtheilen.

Sollen Messungen in der Nähe eines Erzfeldes oder anderer magnetischer Gegenstände ausgeführt werden, so muss in jenen Formeln H mit der in der Horizontalebene wirkenden Resultante R des Erdmagnetismus und der übrigen magnetischen Kräfte vertauscht werden; bei sonst gleichen Voraussetzungen werden dann die Formeln:

$$R \,.\, lang\ \alpha = K_1 \text{ und } R \,.\, sin\ \alpha = K_2.$$

Bewirkt man die Deviationen mit einem weichen Eisenstabe an Stelle eines Magnetes, so erhält man ungefähr gleichartige Formeln, je nach Anwendung der einen oder der anderen Methode. Da aber der Magnetismus des Eisenstabes durch die inducirende Erdeinwirkung hervorgerufen wird, und da seine Stärke in magnetischer Hinsicht nicht, wie beim fixen Magnete, dieselbe bleibt, sondern als sich proportional zu den Variationen im Verticalcomponenten des Erdmagnetismus ändernd angenommen werden kann, so folgt, dass die Constante K jener Formeln in diesem Falle mit einer Grösse zu ersetzen ist, die sich mit dem Magnetismus des Stabes ändert.

Weiter werden wir sehen, dass Messungen mit dem Eisenstabe die Inclination des Erdmagnetismus kennen lehren können, während Beobachtungen mit dem fixen Magnete zur Bestimmung des Horizontalcomponenten derselben erdmagnetischen Kraft dienen, und es ist demnach möglich, durch Combination dieser beiden Beobachtungsweisen den Verticalcomponenten der magnetischen Kraft kennen zu lernen.

Im Folgenden wird stets die Sinusmethode vorausgesetzt und es beziehen sich die Formeln nur auf diese.

§ 3. Nutzen der erdmagnetischen Bestimmungen für die Geognosie im Allgemeinen.

Bei der Ausführung magnetischer Messungen mit dem Magnete oder mit dem Eisenstabe in verschiedenen Gegenden des Landes erhöhen sich, locale Störungen unberücksichtigt, die Winkelwerthe, je weiter man nördlich gelangt. Dies deutet an, dass der Horizontalcomponent des Erdmagnetismus gegen Norden abnimmt, die Inclination aber zunimmt; diese Aenderungen sind aber im Allgemeinen nicht sehr gross. Die Winkelwerthe bleiben dagegen fast unverändert, wenn sich der Beobachter in gewissen Richtungen fortbewegt, z. B. im mittleren Schweden, südlich vom Wenern und Mälarn, in der Richtung von W S W nach O N O. In anderen Landestheilen verlaufen die Linien, in denen die Stärke des Erdmagnetismus sich gleich bleibt, in anderer Weise, aber dies vollständig anzugeben, ist heute noch unmöglich. Dies kann erst dann geschehen, wenn ausführliche Bestimmungen der magnetischen Elemente in den verschiedenen Provinzen ausgeführt sind und zuverlässige magnetische Karten über das ganze Land existiren.

Aus Vorstehendem kann man indessen doch entnehmen, dass mit einem gegebenen Instrumente fast derselbe Abweichungswinkel überall in einem kleineren Umkreise erhalten werden muss, sofern keine locale Einwirkung vorhanden ist. Zeigen sich dagegen an nahebelegenen Orten Verschiedenheiten in den Winkelwerthen, so kann man daraus umgekehrt schliessen, dass sich in der Nähe des Beobachtungsortes magnetische Gegenstände befinden. Sollen in einem magnetischen Erzfelde Messungen ausgeführt werden, so werden die Ausschlagwinkel in einem ganz kleinem Umkreise einander sehr ungleich, je nach der Lage der Versuchsstationen zu den Erzmassen. Diese grosse Verschiedenheit in den Winkeln entsteht dadurch, dass Erz- und Erdmagnetismus bald zusammen wirken, bald aber einander entgegen wirken; in jenem Falle werden die Winkel kleiner, in diesem hingegen grösser als auf erzfreiem Terrain. Schon dies muss die Möglichkeit darthun, durch systematisch geordnete Messungen die Lage einer magnetischen Erzmasse bestimmen zu können. Indessen sind magnetische Messungen nicht blos da von Nutzen, wo es sich um die Untersuchung eines bestimmten Eisenerzlagers handelt, dieselben können auch bei geologischen Untersuchungen im Allgemeinen von Vortheil sein.

Wie erwähnt, verlaufen die Intensitätscurven in Westgothland und Södermanland zwischen WSW und ONO, in Wermland, Dalekarlien und Gestrikland dagegen in einem grossen, nach Norden gewundenen Bogen; sie deuten dadurch schon in grossem Abstande auf das Vorhandensein des mächtigen Eisenerzgürtels, der sich aus der Gegend von Filipstad über Norberg hinauf gegen Gefle erstreckt. Ebenso kann man schon bei circa 6 km. südlicher Entfernung von Donnemora an einem empfindlichen Instrumente Winkeländerungen wahrnehmen als directen Einfluss jenes Erzlagers. Durch Anwendung des Lamont'schen Theodolits gelang es mir auch, den verschiedenen Gehalt an pulverförmigem Eisenerz und mikroskopischen Fragmenten magnetischer Mineralien nachzuweisen, die in verschiedenen Lehmlagern der Gegend von Upsala vorkommen. Dies beweist, dass der Geolog schon mit Hilfe des Magnetometers in vielen Fällen rücksichtlich der geologischen Landesbeschaffenheit werthvolle Hinweise auf viele Thatsachen erlangen könnte, die er auf anderem Wege vielleicht nur mit grosser Mühe erkennen würde. Es dürfte demnach offenbar sein, dass vollständige, über das ganze Land ausgeführte erdmagnetische Beobachtungen auch für geologische Zwecke von grösstem Gewichte und grösster Bedeutung sein müssten. Dies würde auch von directem Nutzen für die auf den Erzfeldern angestellten Messungen sein.

§ 4. Magnetische Messungen auf Eisenerzfeldern.

Bei der magnetischen Untersuchung eines bestimmten Erzfeldes hat man dieses zunächst in quadratische Rautenflächen einzutheilen, wobei die Seitenlängen beliebig zu 100, 50 oder 25 Fuss u. s. w. angenommen werden. Diese Eintheilung erfolgt mit dem angegebenen Diopter, oder in Ermangelung desselben am Messinstrumente mit Hilfe eines gewöhnlichen Feldmessbrettes, das mit einem rechtwinkeligen Kreuze versehen ist. Nachdem dies geschehen, hat man an jeder Quadratecke Abweichungsbeobachtungen mit dem Magnete und Eisenstabe anzustellen; ausserdem aber muss man vor und nach diesen Messungen analoge Bestimmungen auf eisenfreiem und vom Erzfelde so entfernten Terrain vornehmen, dass sich ein Einfluss vom Erze nicht merkbar macht. Die an solchen Stellen mit Magnet und Eisenstab erhaltenen Winkel nenne ich neutrale Winkel, deren Benutzung später ausführlicher zu besprechen ist.

Ausserdem kann es vortheilhaft sein, auf dem Erzfelde mindestens ungefähr die magnetische Declination für jeden Beobachtungspunkt zu bestimmen. Dies geschieht am einfachsten, wenn man, nachdem das Diopter nach einer der auf dem Felde ausgesteckten Linien eingerichtet, und nachdem der fixe Magnet und der Eisenstab vom Instrumente entfernt worden, die Gradzahl abliest, welche die Compassnadel bei ihrem Gleichgewichte angiebt, und bemerkt, auf welcher Seite vom Nullpunkte sich der Nordpol befindet. Vor Allem muss man längs des magnetischen Meridianes, nördlich vom vermutheten Erzpole, beobachten, wieweit der Nordpol der freien Nadel die Richtung von Nord nach Süd umändert, oder ob er beständig gegen Norden weist. Erfolgt eine Abweichung, so sind die Stellen, an denen dies geschieht, genau auszustecken. Später werden wir angeben, welch' wichtige Schlussfolgerungen man aus der Nadelstellung längs des Meridianes zu ziehen berechtigt ist.

§ 5. Fehlerquellen bei den Messungen.

Sollte man bei Messungen auf einem Erzfelde finden, dass nahezu derselbe Winkel nicht wieder erhalten wird, wenn man der Controle wegen zu einem bestimmten Beobachtungspunkte zurückkehrt, und ist man ausserdem sicher, dass weder der Magnet noch der Eisenstab, die man stets sorgfältig vor Stössen, vor gegenseitiger oder einer Berührung mit Eisen oder Magneten schützen muss, hierdurch merklich verändert wurden, so können solche Ungleichheiten des Winkels von starken Variationen im Erdmagnetismus herrühren. Kommen solche sogenannte magnetische Unwetter vor, so thut man am besten, die Messungen auf dem Erzfelde auf einen anderen Tag zu verschieben. Die regelmässigen Tagesveränderungen im Erdmagnetismus bewirken zwar auch eine Winkeländerung, nämlich Vormittags eine Vergrösserung und Nachmittags oder gegen Abend eine Verkleinerung, aber diese Veränderungen sind unter gewöhnlichen Verhältnissen allzu klein, um sie in diesem Falle zu berücksichtigen. Man hat zwar behauptet, dass diese Variationen auf einem Erzfelde wachsen und 10—15° erreichen können, aber dies zu bezweifeln bin ich um so mehr berechtigt, als erfahrenere Beobachter dergleichen nie bemerkt haben. Ich stelle gewiss nicht in Abrede, dass der Magnetismus im Erze

sich wie im weichen Eisen mit der inducirenden Kraft ändern kann, dies ist sogar sehr wahrscheinlich, aber die angegebene Grösse der Variationen kommt mir verdächtig vor. Bis diese Frage genau untersucht ist, bin ich der Ansicht, dass die beobachteten Winkelungleichheiten grossentheils von ganz anderen Ursachen herrühren. Möglicherweise können sie Veränderungen der Magnetstärke zuzuschreiben sein oder in Unvollkommenheiten beim Aufhängen der Compassnadel beruhen, z. B. darin, dass die Spitze, auf welcher die Nadel ruht, nicht genügend polirt ist und deshalb eine zu grosse Friction u. s. w. bewirkt, oder auch von jenen magnetischen Unwettern herrühren. Aber alles dies muss ein erfahrener und für die Sache eingenommener Beobachter selbst untersuchen können, um sicher zu wissen, wonach er sich zu richten hat.

Eine andere Fehlerquelle bei den Winkelmessungen ist in dem Temperaturwechsel des Magnetes und des horizontalen Armes zu suchen. Bei steigender Temperatur vermindert sich nämlich die Stärke des Magnetes und sein Abstand vom Mittelpunkte der freien Nadel wird erhöht, was zusammen eine Verkleinerung des Abweichungswinkels selbst verursacht. Uebrigens leuchtet es von selbst ein, dass die Beobachtungen bedeutend erschwert werden, wenn sie bei starkem Winde erfolgen, da das Instrument dann unaufhörlich durch die Windstösse aus seiner Lage gerückt wird. Alles dieses beweist, dass die zuverlässigsten Beobachtungen bei bedecktem Himmel und ruhigem Wetter angestellt werden. Dass übrigens der Beobachter bei seinen Messungen keine eisernen Gegenstände, wie Schlüssel, Messer u. s. w. bei sich führen darf, versteht sich von selbst, da dieselben die Nadel beunruhigen und die Beobachtungen verderben. Auch hat man zu beachten, wie sich die Taschenuhr verhält, kurz man muss Alles vermeiden, was nach erlangter Ueberzeugung unsichere Bestimmungen erzeugen kann.

Zuweilen kommt es bei sehr starker Verticalanziehung vor, dass der Nordpol der Nadel nach unten zugezogen wird und auf dem Dosenboden schleift; hierdurch wird die freie Bewegung der Nadel verhindert und zuverlässige Beobachtungen werden unmöglich gemacht. Hiergegen lässt sich aber leicht ein Abhilfsmittel finden. Man braucht nämlich das Südende der Nadel nur mit einem leichten Messing- oder Aluminium-

ringe zu belasten; diesen Ring hat man nur wie den Reiter auf einem Waagebalken auf der Nadel vor- oder zurückzuschieben, bis sie sich vollkommen horizontal stellt. Schlimmsten Falles kann ein Stückchen Wachs denselben Dienst leisten. Diese Anwendung ist besonders bei magnetischen Messungen in den eisenreichen Erzfeldern der Lappmark und in der Tiefe der Gruben zu empfehlen. Eine solche Nadelneigung rührt zuweilen nur daher, dass das Deckglas der Dose durch Abtrocknen oder Reiben elektrisch wird. In diesem Falle verschwindet die Ungelegenheit, wenn man nur auf das Glas haucht.

Viele andere kleine Misshelligkeiten können noch eintreten, die man im Voraus nicht einmal zu ahnen vermag. Aber der kundige Beobachter muss in jedem Falle wissen, wie die Schwierigkeiten zu überwinden sind, so dass er vor ihnen nicht rath- und thatlos dasteht.

Im Zusammenhange hiermit noch einige Worte über den Einfluss der auf dem Felde lagernden Erzhaufen, die in schädlicher Weise die Messungen beeinflussen können. Bei Untersuchung einer Eisenerzstufe findet man, wenn sie magnetisch ist, dieselbe mit zwei bestimmten Polen versehen. Die in einem Haufen lagernden Stücke bilden folglich eine Menge schwacher Magnete. Wenn man dann magnetische Axen auch nach verschiedenen Richtungen gerichtet annehmen kann, so werden sie ihre gegenseitigen Wirkungen doch grösstentheils aufheben. Dieses gilt von Erzhaufen, die noch nicht allzu lange an ihrem Platze liegen, und diese hat man also nicht sehr zu fürchten. Lagern die Erze aber schon lange unberührt, so kann durch Induction der Erde eine Ummagnetisirung der einzelnen Stücke erfolgt sein; da deren magnetische Axen dann allmälig parallel würden, so ist es wahrscheinlich, dass die magnetische Einwirkung des Erzhaufens auf das Instrument bedeutender sein wird. In diesem Falle ist der Beobachtungspunkt nicht in zu grosser Nähe eines solchen Erzhaufens zu wählen. Ist der Magnetismus des Magnetes nicht symmetrisch auf beiden Seiten des Magnetcentrums vertheilt, so würden für einen Beobachtungspunkt verschieden grosse Ausschlagwinkel resultiren, je nachdem man den Nordpol oder Südpol des Magnetes gegen die Nadel kehrt. In diesem Falle hat man das Mittel aus beiden Winkeln zu nehmen, oder man lässt den Magnet stets

dieselbe Lage auf dem Arme einnehmen, so dass er z. B. immer seinen Nordpol ins Doseninnere wendet.

Beim Eisenstabe kommt es gewöhnlich vor, dass er allmälig permanenten Magnetismus annimmt. Der beobachtete Ausschlag hängt dann nicht blos von dem dem Stabe inducirten Magnetismus ab, sondern auch von diesem permanenten. Wechselt man das Stabende und benutzt das Winkelmittel, so wird die Einwirkung des permanenten Magnetismus beseitigt. Am besten ist es aber, diesen permanenten Magnetismus durch Glühen des Stabes vollständig zu entfernen.

§ 6. Von den magnetischen Curven.

Hat man auf einem gegebenen Erzfelde die vorstehenden Messungen mit Rücksicht auf Declination, Horizontalintensität und Inclination mit gehöriger Sorgfalt an den verschiedenen Beobachtungspunkten ausgeführt und dann die dabei erhaltenen Winkelwerthe auf quadrirtem Papiere verzeichnet, so hat man für jede dieser drei Beobachtungsserien die Linien zu zeichnen, welche die gleiche Declination (isogonische Linien), die gleiche Intensität (isodynamische Linien) und die gleiche Inclination (isoclinische Linien) angeben. Dies erfolgt in der Weise, dass man diejenigen Punkte, für die man in jedem einzelnen Falle gleich grosse Winkelwerthe erhielt, auf passende Weise mit Linien verbindet, wobei die Biegung dieser Linien ohne scharfe Veränderungen möglichst natürlich ausgeführt wird. Sollten dabei zwei nahebelegene Beobachtungspunkte rücksichtlich der Winkelgrösse bedeutend verschiedene Werthe offenbaren, so zieht man zwischen diesen Punkten nach dem Augenmaasse die Linien, welche den Winkeln angehören, welche numerisch zwischen den schon gegebenen liegen. Liegen die Beobachtungspunkte für gewisse Feldestheile zu weit von einander entfernt, als dass man sie mit einigermassen genauen krummen Linien verbinden könnte, so ist es leicht, daselbst die Messungen zu vervollständigen, was vornehmlich in der Nähe der Erzmasse selbst geschehen muss. Um schon bei den ersten Messungen leicht bestimmen zu können, wo neue Beobachtungspunkte erforderlich sind, dürfte es sich empfehlen, wenn der Beobachter auf dem Felde selbst ein kleines quadrirtes Papier auf Pappe bei sich hätte, um unmittelbar an Ort und Stelle die beobachteten Winkelwerthe

einsetzen und annähernd den Verlauf der gesuchten Curven kennen lernen zu können. Er würde seine Messungen dadurch in jedem Augenblicke controliren, begangene Fehler bei Zeiten entdecken und sofort finden, auf welchen Feldestheilen die Messungen ganz nutzlos sind. Auf diese Weise würde er in der kürzesten Zeit seine Arbeit gerade auf die Stellen concentriren können, wo die genaueste Untersuchung erforderlich ist.

Bei dieser Construction der Intensitäts- und Inclinationscurven gestalten sich die erhaltenen Curven, so lange es sich um einen einzigen isolirten Erzstock handelt, in der Weise, dass sie in grösster Anzahl geschlossen und in der Form ungefähr kreisrund oder elliptisch ausfallen. Sie gruppiren sich um zwei verschiedene Punkte, von welchen der nördlich gelegene dem Orte angehört, an welchem der grösste Deviationswinkel gefunden wurde, während der südlich gelegene dem kleinsten Werthe desselben Winkels entspricht. Zwischen diesen beiden Curvengruppen verläuft eine offene krumme Linie, deren Winkel in der Grösse dem neutralen Winkel entspricht; die Linie, in welcher die Intensität dieselbe ist, wie auf ganz erzfreiem Terrain, nennt man die neutrale Linie. Die gerade Linie wiederum, welche die Maximal- und Minimalpunkte der Winkel verbindet, verläuft mitten über den Erzstock und zeigt die Richtung des daselbst befindlichen magnetischen Meridianes an; ich nenne sie deshalb den magnetischen Meridian des Erzfeldes. Später werden wir sehen, dass die meisten Erze eines verticalen Erzstockes gerade unter einem Punkte dieser Linie liegen müssen.

Die gewöhnlichen Eisenerzlager Schwedens zeigen meist die Form von mehr oder weniger vertical gestellten Linsen, die mit ihrer Längenrichtung, dem Streichen, bald nahezu zwischen Ost und West, bald zwischen Nord und Süd liegen. Bei jedem solchen Erzstocke wird der Magnetismus durch die inducirende Erdeinwirkung hervorgerufen, so dass das Erzlager in seiner Totalität gleichsam einen mehr oder weniger vertical gestellten Magnet von ungeheuren Dimensionen bildet, dessen magnetische Axe, mit dem Nordpole nach unten und mit dem Südpole nach oben gewendet, in der Richtung der magnetischen Inclinationsnadel liegen würde. Da nun diese Inclination in Schweden ungefähr 70° oder mehr beträgt, so entsteht wenig Unterschied, wenn wir der Einfachheit wegen vorläufig den

Erzstock als vollkommen lothrecht ansehen. Ebenso wollen wir vorerst die Form der Erzmasse, welche linsenartig ist, uns cylindrisch denken; später müssen wir dann besonders untersuchen, inwiefern man bei Untersuchungen auf den wirklichen Erzfeldern die für einen cylindrischen Magnet erhaltenen Regeln zur Bestimmung der magnetischen Erzlage in nennenswerthem Grade zu ändern hat.

§ 7. Von den Maximal- und Minimalpunkten bei Intensitätsmessungen.

Um nun ganz allgemein die Entstehung der oben erwähnten Maximal- und Minimalpunkte erklären zu können, erinnern wir daran, dass auf eine frei bewegliche Compassnadel, die sich irgendwo in einer über dem Erze gelegenen Horizotalebene befindet, gleichzeitig der Erdmagnetismus und die betreffenden Pole des Erzmagnetes einwirken, von welchen letzteren, wie schon erwähnt, der Südpol nach oben und der Nordpol nach unten gerichtet ist. Bei Deviationen mit dem fixen Magnete sind es gleichwohl nur die Horizontalcomponenten der angeführten magnetischen Kräfte, die zusammen mit dem festen Magnete wirksam sind. Denken wir uns nun der Einfachheit wegen, dass solche Messungen auf dem Meridiane des Erzfeldes an einem südlich vom Erzstocke belegenen Punkte ausgeführt werden, so wirken daselbst die Horizontalkräfte des Erd- und Erzmagnetismus zusammen. Sie streben folglich gemeinsam, die Nadel im magnetischen Meridiane festzuhalten, und hindern dadurch den abweichenden Magnet, dieselbe bedeutend aus der ursprünglichen Lage zu wenden; daraus folgt, dass der Ausschlagswinkel der Nadel daselbst klein, und zwar kleiner sein muss, als auf eisenfreiem Terrain, wo der Erdmagnetismus allein dem fixen Magnete entgegen wirkt. Erfolgen aber die Messungen auf dem Meridiane nördlich vom Erzstocke, so wirken die beiden Horizontalkräfte des Erz- und Erdmagnetismus in entgegengesetzten Richtungen, wobei sie ihre gegenseitigen Wirkungen ganz oder zum Theil aufheben. Der fixe Magnet muss hier einen erhöhten Effect aufweisen und die Winkel wachsen. Da aber jener Component des Erzes mit der Entfernung vom Erzstocke in seiner Stärke unaufhörlich wechselt, und in jedem Einzelfalle bei einer bestimmten Entfernung seinen grössten Werth erreicht, so

folgt hieraus, dass auf dem Meridiane zwei Punkte existiren müssen, der eine nördlich und der andere südlich vom Südpole des Erzstockes gelegen, wo auch die resultirende Kraft dort ihr Minimum und hier ihr Maximum erreichen wird; gleichzeitig wird der Deviationswinkel an jener Stelle ein wirkliches Maximum und an dieser ein Minimum. Diese Maximal- und Minimalpunkte stehen also nicht in einem unmittelbaren Zusammenhange mit den Polen des Erdmagnetes, wie Mancher glauben mag. Will man aber alle hierbei möglichen Fälle vollkommen einsehen, so verweisen wir auf das Folgende, in welchem ausführliche Beweise enthalten sind. Daselbst wird es uns auch möglich sein, die Regeln anzugeben, welche beim Aufsuchen der Erzstocklage verwendet werden können. Aber hier schon mag die für die gewöhnlichsten Fälle geltende Regeln angeführt werden, die nämlich, dass die Lage des Erzstockes mitten unter dem Schnittpunkte der neutralen Linie und des magnetischen Meridianes zu suchen ist.

§ 8. Von den isogonischen Linien.

Durch Verbindung derjenigen Punkte, welche gleich grosse Declination besitzen, erhält man die isogonischen Linien. Diese Linien bestehen aus concentrischen Ovalen, welche in der Regel zu beiden Seiten des Meridianes symmetrisch geordnet sind. Eine jede dieser Gruppen umschliesst denjenigen Punkt, welcher die grösste Declination besitzt, und diesem Punkte entspricht der grösste Werth des Horizontalcomponenten des Erzmagnetismus. In manchen Fällen, wenn der Erzpol nämlich nahe der Erdoberfläche liegt, können diese krummen Linien eine etwas verschiedene Form erhalten, abweichend von dem Gesagten. Die beiden Systeme der ovalen Curven, die zu beiden Seiten des Meridianes liegen, erstrecken sich dann theilweise über diese Linie und schneiden einander. Die Schnittpunkte, die dann allen gemeinsam sind, nenne ich Indifferenzpunkte, weil die freie Compassnadel daselbst eine indifferente Gleichgewichtslage hat.

Wir beschränken uns vorläufig auf diese allgemeine Auseinandersetzung, müssen aber doch beifügen, dass man auch aus der Form und Lage der isogonischen Linien anwendbare

Schlüsse ziehen kann, besonders rücksichtlich der Lage des Erzpoles; ebenso kann man auf die mehr oder weniger symmetrische Form des Erzlagers auf den beiden Seiten des Meridianes folgern.

II. Ableitung der Formeln, die bei den magnetischen Messungen zur Anwendung kommen, um Lage, Tiefe u. s. w. des Erzstockes zu bestimmen.

§ 1. Es wird angenommen, dass alle bei den Intensitätsmessungen benutzten Beobachtungspunkte auf demselben Kreisumfange liegen.

In einer Horizontalebene seien zwei Punkte A und B, Fig. 1, und deren gegenseitiger Abstand r gegeben; in B befinde sich der Nordpol einer kleinen, in jener Ebene frei beweglichen Compassnadel, und in oder gerade unter A der Südpol eines verticalen Magnetstabes, so übt dieser Stab in horizontaler Richtung auf den Nordpol der Nadel eine gewisse anziehende Kraft F aus, welche stetig gegen A gerichtet ist und in Folge der Symmetrie um diesen Punkt herum in ihrer Grösse unverändert dieselbe bleibt, so lange die Nadel in B sich irgendwo in der Peripherie des Kreises befindet, den A als Mittelpunkt und r als Radius beschreiben. Ausser dieser Kraft F wirkt auf unsere Nadel auch der Erdmagnetismus; die Stärke seines Horizontalcomponenten H nehmen wir als constant an und die Richtung stets parallel mit sich selbst über dem ganzen Umkreise, auf welchem die Nadel auf obige Weise verstellbar ist.

An jedem Punkte des gegebenen Kreisumfanges wirken also auf die freie Compassnadel zwei Horizontalkräfte, nämlich F in der Richtung des Radius gegen A zu, und H parallel mit dem magnetischen Meridiane. So lange der Kreishalbmesser in seiner Grösse unverändert bleibt, sind diese beiden Kräfte jede für sich von constanter Grösse; aber deren Resultante muss in Bezug auf Grösse und Richtung wechseln, je nachdem der Winkel zwischen den Kräfterichtungen von einem Punkte der Peripherie zum anderen sich ändert.

Repräsentirt in Fig. 1 der Radius BA die Kraft F, und setzt man weiter von B, parallel mit dem durch A gehenden

magnetischen Meridiane, ein Stück BK, entsprechend der Kraft H, ab, so wird die Resultante R dieser Kräfte nach Grösse und Richtung geometrisch durch die Diagonale BC angegeben, welche dem Parallelogramme angehört, das durch die Seiten AB, BK, KC und CA gebildet wird. Da die Seite AC vollkommen unbeweglich bleibt, wie auch B auf der gegebenen Peripherie verändert wird, so muss die Resultante R stets durch den festen Punkt C gehen. In der Grösse muss R unaufhörlich wechseln, und sie erhält ihren grössten und kleinsten Werth in den Punkten D und E der Peripherie, wo diese von dem Durchmesser geschnitten wird, den man durch C zieht.

Die Wahrheit des Vorstehenden von der Richtung der Resultante wird experimentell dadurch erwiesen, dass man eine freibewegliche Compassnadel in der Horizontalebene in einer Kreisperipherie umherführt, die um die Verlängerung des Magnetstabes gezogen wird. Bei einem solchen Versuche zeigt es sich nämlich, dass die Nadel stets auf ein und denselben Punkt C weist, der irgendwo auf dem durch A gezogenen Meridiane liegt.

Ist das Verhältniss zwischen H und F bekannt, so lässt sich der Abstand x gegen Norden von A nach C durch die Formel bestimmen:

$$(1) \quad \ldots\ldots\ldots \frac{x}{r} = \frac{H}{F}.$$

Klar ist, dass C innerhalb oder ausserhalb des Kreises zu liegen kommt, je nachdem F grösser oder kleiner wie H ist; für $F = H$ liegt C in der Peripherie. Weiter ist ersichtlich, dass, je kleiner F im Verhältnisse zu H wird, sich der Punkt C um so mehr vom Magnetstabe entfernt.

Bezeichnet man mit β den Winkel KBA, den die Richtung der Kraft F mit dem über A gehenden und nördlich gerichteten Meridiane bildet, und mit δ den Winkel KBC, den die Resultante R mit derselben Linie bildet, so erhält man unmittelbar aus dem Dreiecke ABC, dessen Seiten AC, BA und BC nach Grösse und Richtung die Kräfte H, F und R repräsentiren, die Gleichungen:

$$(2) \quad \ldots \quad \frac{R}{\sin\beta} = \frac{H}{\sin(\beta - \delta)} = \frac{F}{\sin\delta}$$

und

$$(3) \quad \ldots\ldots \quad R^2 = H^2 + 2\,H\,.\,F\,.\,\cos\beta + F^2.$$

Kennte man durch directe Beobachtung für einen gegebenen Punkt in der Peripherie die Winkel β und δ, so erhielte man nach (1) und (2)

$$(4) \quad \ldots\ldots \frac{x}{r} = \frac{\sin(\beta - \delta)}{\sin \delta} \ .$$

Bezeichnet man ferner mit α den Abweichungswinkel für irgend einen gegebenen Ort der Peripherie und mit α_0 den entsprechenden Winkel an einem neutralen Beobachtungspunkte, also in grosser Entfernung vom Stabe, wobei es sich nur um Deviationsmessungen mit dem Magnete handelt, so hat man im Allgemeinen für ein bestimmtes Jnstrument:

$$(5) \quad \ldots\ldots \quad R \,.\, \sin \alpha = H \,.\, \sin \alpha_0,$$

und mithin, wenn der R-Werth aus (3) eingesetzt wird:

$$(6) \quad \ldots \ H \,.\, \sin \alpha_0 = \sin \alpha \,.\, \sqrt{H^2 + 2\,H\,F\cos\beta + F^2}.$$

Diese Gleichung gilt für jeden beliebigen Beobachtungspunkt, wenn F alle möglichen Werthe annehmen darf, aber nur für einen bestimmten Kreisumfang, so oft man F einen constanten Werth beilegt.

Anstatt nun das Problem in seiner grössten Allgemeinheit zu behandeln, wollen wir der Einfachheit wegen einige der zu ein und derselben Peripherie gehörenden Punkte auswählen, die besondere Aufmerksamkeit verdienen.

a) Maximal- und Minimalwerth von R.

Der grösste und kleinste Werth von R entspricht beigegebenen Werthen von F und H nach (3) wenn $\beta = 0$ und $\beta = 180^0$. Da die Linie $B\,C$, welche Lage B auf der Peripherie auch einnehmen möge, R in der Länge und Richtung repräsentirt, so sieht man unmittelbar, dass der grösste Werth der Resultante $\beta = 0$ entsprechen muss und dass der Beobachtungspunkt hiernach in dem südlich von A gelegenen Punkte D liegen muss.

Die Resultante wird dabei einmal angegeben durch die Linie $D\,C$:

$$R_{max} = H + F$$

und ist dann stets nördlich längs des Meridianes gerichtet; das andere Mal durch die Linie $E\,C$:

$$R_{min} = \pm (H - F),$$

wobei + oder — anzuwenden ist, je nachdem H numerisch grösser oder kleiner wie F ist. Auch in diesem Falle ist die Resultante längs des Meridianes gerichtet, aber nördlich nur, wenn $H > F$ ist; im anderen Falle südlich, wofern nicht $H = F$ ist, in welchem Falle die Nadel eine indifferente Gleichgewichtslage einnimmt.

Diese Bedingungen für die Richtung der Resultante stimmen, wie man unmittelbar findet, mit dem, was oben von der Lage des Punktes C, gegen den die resultirende Kraft R stets gerichtet ist, gesagt wurde.

Entsprechen die Deviationswinkel α_1 und α_2 den nun gefundenen Maximal- und Minimalpunkten D und E der Resultante, so erhält man nach (6)

$$(7) \quad \ldots \quad \begin{cases} (H+F)\,sin\,\alpha_1 = H\,.\,sin\,\alpha_0. \\ (H-F)\,sin\,\alpha_2 = H\,.\,sin\,\alpha_0. \end{cases}$$

Je nachdem die Resultante in D und E ihren grössten und kleinsten Werth hat, erkennt man unmittelbar aus (7), dass die entsprechenden Deviationswinkel, der eine α_1 ein Minimum und der andere α_2 ein Maximum unter allen zu ein und derselben Peripherie gehörigen Deviationswinkeln sein müssen.

Diese Gleichungen (7) ergeben ausserdem

$$(8) \quad \frac{F}{H} = \frac{sin\ \alpha_0}{sin\ \alpha_1} - 1 = 1 - \frac{sin\ \alpha_0}{sin\ \alpha_2} = \frac{sin\,\alpha_2 - sin\,\alpha_1}{sin\,\alpha_2 + sin\,\alpha_1} = \\ = \frac{tang\ {}^1/_2(\alpha_2 - \alpha_1)}{tang\ {}^1/_2(\alpha_2 + \alpha_1)}$$

und folglich

$$(9) \quad \ldots \quad \frac{1}{sin\,\alpha_1} + \frac{1}{sin\,\alpha_2} = \frac{2}{sin\,\alpha_0},$$

welche Relation zeigt, dass die Sinus der drei Winkel in einem harmonischen Verhältnisse zu einander stehen. Hieraus ist ersichtlich, dass ein jeder dieser Winkel zu berechnen ist, sobald die Grösse der beiden anderen bekannt ist.

Die Anwendbarkeit der einfachen Gleichung (8) dürfte schon hier anzudeuten sein. Diese Formel kann mit Vortheil zur Bestimmung der Lage des Punktes A benutzt werden. Hat man nämlich an einem auf dem Meridiane nördlich von A gelegenen beliebigen Punkte E einen Deviationswinkel α_2 erhalten, so muss nach dem Vorstehenden dieser Winkel der Maximal-

werth einer bestimmten Kreisperipherie sein, deren Radius uns aber unbekannt ist. Berechnen wir aber mittelst (9) den α_2 entsprechenden Minimalwinkel α_1, und suchen wir auf der magnetischen Karte über die isodynamischen Linien unter den Beobachtungspunkten auf dem Meridiane den Punkt D auf, dem letzterer Winkel correspondirt, so ist der Abstand $E\,D$ der gesuchte Kreisdurchmesser und folglich befindet sich der gesuchte Punkt A mitten zwischen den Punkten E und D. Die Anwendbarkeit der Formel (9) beschränkt sich aber nicht blos hierauf. Sie kann auch zur Berechnung des neutralen Winkels α_0 dienen, was, wie wir später sehen werden, zuweilen nützlich sein kann. Um dabei die Berechnung zu erleichtern, kann man anstatt (9) die Gleichung benutzen

$$(10)\ \ldots\ sin\ \alpha_0 = \frac{sin\ \alpha_1\ .\ sin\ \alpha_2}{sin\ {}^1\!/_2\,(\alpha_2 + \alpha_1)\ .\ cos\ {}^1\!/_2\,(\alpha_2 - \alpha_1)},$$

die ohne Schwierigkeit aus (9) abzuleiten ist.

b) Neutrale Punkte.

Da die Grösse der Resultante für die verschiedenen auf der gegebenen Peripherie gelegenen Beobachtungspunkte $B_1\ B_2\ B_3$ u. s. w. Fig. 2 geometrisch durch die Längen $B_1\,C$, $B_2\,C$, $B_3\,C$ u. s. w. repräsentirt werden kann und dabei alle möglichen Werthe vom Maximalwerthe $D\,C$ bis zum Minimalwerthe $E\,C$ annehmen, folglich zwischen den Grenzen

$$H + F \text{ und } \pm\,(H - F)$$

wechseln kann, so ist ersichtlich, dass mindestens in gewissen Fällen ein solcher Beobachtungspunkt N zu finden sein muss, für den man $N\,C = A\,C$ erhält, d. h. $R = H$, oder für welchen die Resultantengrösse gleich dem Horizontalcomponenten des Erdmagnetismus ist.

Sucht man mittelst (3) den Werth von β, der nach dieser Annahme $R = H$ entspricht, so erhält man

$$(11)\ \ldots\ \ldots\ \ F\,(F + 2\,H\,cos\,\beta) = 0,$$

welcher Gleichung sowohl $F = o$, was β auch sei, als von

$$cos\ \beta_0 = -\frac{F}{2\,H}$$

genügt wird.

Der erste Fall, $F = 0$, welcher dem Verhalten entspricht, wenn B entweder im Mittelpunkte A oder unendlich weit da-

von liegt, oder mit anderen Worten, wenn der Kreisradius entweder $= 0$ oder $= \infty$ ist, gehört offenbar nicht zu unserer Aufgabe, wo es sich um einen endlichen und bestimmten r-Werth handelt. Wir befassen uns deshalb nur mit dem zweiten Falle. Aus dem Werthe

$$cos\,\beta_0 = -\frac{F}{2H}$$

ersieht man unmittelbar, dass $F \gtrless 2H$ (numerisch genommen) die Bedingung ist, um den neutralen Punkt N auf der gegebenen Peripherie finden zu können.

Da, wie wir schon wissen, das Verhältniss $\frac{F}{H}$ an dem Umkreise eines gegebenen Kreises constant bleibt, so kann der Werth aus der Gleichung (8) entnommen und oben eingesetzt werden. Man hat dann

$$cos\,\beta_0 = -\frac{sin\,\alpha_0 - sin\,\alpha_1}{2\,sin\,\alpha_1},$$

und hieraus folgt, dass man numerisch $sin\,\alpha_1 > \frac{1}{3}\,sin\,\alpha_0$ haben muss, insofern ein neutraler Punkt auf der gegebenen Peripherie soll gefunden werden können. Wäre $sin\,\alpha_1 = \frac{1}{3}\,sin\,\alpha_0$, so fallen N und E zusammen. Ist die Bedingung (12) erfüllt, so kann die Lage von N durch nachstehende Formel, die am anwendbarsten ist, bestimmt werden:

$$(13)\quad cos\,\beta_0 = \frac{1}{2}\left[1 - \frac{sin\,\alpha_0}{sin\,.\,\alpha_1}\right] = \frac{1}{2}\cdot\frac{sin\,\alpha_1 - sin\,\alpha_2}{sin\,\alpha_1 + sin\,\alpha_2} =$$
$$= -\frac{1}{2}\cdot\frac{tang\,\frac{1}{2}(\alpha_2 - \alpha_1)}{tang\,\frac{1}{2}(\alpha_2 + \alpha_1)}.$$

Da in diesem Falle nach unserer Annahme die Resultante $R = H$ sein muss und das Dreieck $A\,C\,N$ mithin gleichschenklig ist, so kann β nie $< 90'$ sein, welches Resultat für die praktische Anwendung von sehr grosser Wichtigkeit ist. Dies bedeutet nämlich, dass kein neutraler Punkt jemals auf der südlichen, sondern nur auf der nördlichen Hälfte eines Kreisumfanges liegen kann, oder mit anderen Worten, dass alle neutralen Punkte, also die ganze neutrale Linie, sich nördlich von der durch A rechtwinklig zum Meridiane gezogenen geraden Linie befinden müssen.

Natürlich ist, dass, wenn sich ein Neutralpunkt auf einer gegebenen Peripherie auf der einen Seite vom Meridiane findet, ein entsprechender, mit ihm symmetrisch gelegener Punkt auf der anderen Meridianseite vorhanden sein muss.

Wären die Meridianlage und die Punkte C und N bekannt, so könnte der Punkt A dadurch bestimmmt werden, dass man südlich von C auf dem Meridiane ein Stück CA absetzt, gleich gross mit dem Abstande CN.

c) Die Resultante R ist ebenso gross, wie der Horizontalcomponent F.

Der $R = F$ entsprechende Werth von β ist nach (3)

$$\cos \beta_3 = -\frac{H}{2F}.$$

Die beiden hierher gehörigen, auf jeder Seite des Meridians symmetrisch gelegenen Beobachtungspunkte M und M_1, Fig. 3, bilden die Endpunkte der rechtwinklig zum Meridiane und durch den Mittelpunkt der Linie AC gezogenen Sehne MLM_1, für welche also $MC = MA = r$ ist.

Das Vorhandensein solcher Punkte auf der Peripherie hängt deutlich davon ab, dass, numerisch genommen, $H \leqq 2F$ ist. Setzt man dann aus (8) den Werth von $\frac{H}{F}$ ein, so wird

$$\cos \beta_3 = -\frac{\sin \alpha_1}{2(\sin \alpha_0 - \sin \alpha_1)},$$

woraus erhellt, dass die Bedingung für die Existenz solcher Punkte durch die Formel angegeben werden kann:

$$(14) \quad \ldots \ldots \ldots \sin \alpha_1 \leqq \frac{2}{3} . \sin \alpha_0.$$

Hierbei bedeutet der oberè Werth natürlich, dass der Punkt M mit dem Punkte E zusammenfällt.

Die Lage von M betreffend, sieht man unmittelbar, dass man sie auf der gegebenen Peripherie nur nördlich von der durch A rechtwinklig zum Meridiane gezogenen geraden Linie zu suchen hat.

Zu dem neutralen Punkte N steht M in dem Verhältnisse, dass

$$4 . \cos \beta_0 . \cos \beta_3 = 1 \text{ ist,}$$

woraus die Lage des einen Punktes zu berechnen ist, wenn man des anderen Lage kennt. Zu einer solchen Berechnung können natürlich auch Deviationswinkel benutzt werden, wie leicht ersichtlich. Bezeichnet α_3 den für M geltenden Deviationswinkel, so wird

$$(15) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad F \,.\, sin\, \alpha_3 = H \,.\, sin\, \alpha_0,$$

und hieraus erhält man

$$(16) \quad . \quad \frac{F}{H} = \frac{sin\, \alpha_0}{sin\, \alpha_3} = \frac{sin\, \alpha_1}{sin\, \alpha_3 - sin\, \alpha_1} = \frac{sin\, \alpha_2}{sin\, \alpha_3 + sin\, \alpha_2},$$

ferner

$$(17) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad \frac{1}{sin\, \alpha_1} - \frac{1}{sin\, \alpha_2} = \frac{2}{sin\, \alpha_3},$$

schliesslich auch

$$cos\, \beta_3 = -\frac{sin\, \alpha_3}{2 \,.\, sin\, \alpha_0}.$$

Sind α_1 und α_2 bekannt, so ist α_3 nach (17) berechenbar. Combinirt man die Gleichungen (9) und (17), so erhält man

$$\frac{1}{sin\, \alpha_1} - \frac{1}{sin\, \alpha_3} = \frac{1}{sin\, \alpha_0},$$

$$\frac{1}{sin\, \alpha_2} + \frac{1}{sin\, \alpha_3} = \frac{1}{sin\, \alpha_0},$$

woraus folgt, dass man α_3 berechnen kann, wenn man nur einen der beiden Winkel α_1 und α_2 kennt.

d) Die Resultante R liegt in der Richtung der durch den Punkt C gezogenen Kreistangente, wenn C ausserhalb des Kreises liegt, dagegen rechtwinklig auf den Meridian gerichtet, wenn C im Kreise liegt.

Im ersten Falle hat man Fig. 4:

$$R^2 = H^2 - F^2,$$

mithin nach (3)

$$cos\, \beta_4 = -\frac{F}{H}.$$

Ist $F \gtrless H$, so findet man einen solchen Punkt T; dieses Verhalten kann auch nach (8) durch die Formel ausgedrückt werden:

$$sin\, \alpha_1 = \gtrless \frac{1}{2} \,.\, sin\, \alpha_0.$$

Für $F = H$ oder $sin\ \alpha_1 = \frac{1}{2}.\ sin\ \alpha_0$, fallen C, F und E in einem Punkte zusammen.

Mit dem neutralen Punkte N hängt T zusammen durch die Gleichung

$$cos\ \beta_4 = 2\ cos\ \beta_0.$$

Im Uebrigen ist deutlich, dass die Lage von T mittelst (8) direct durch die Winkel α_1 und α_2 bestimmbar ist. Nennt man α_4 den Deviationswinkel in T, so hat man daselbst

(18) . . . $H\ .\ sin\ \alpha_0 = sin\ \alpha_4 \sqrt{H^2 - F^2},$

und folglich nach (7)

(19) . . . . $sin\ \alpha_4 = \sqrt{sin\ \alpha_1\ .\ sin\ \alpha_2}.$

Der Sinus des Deviationswinkels im Tangirungspunkte bildet also das geometrische Mittel zwischen den für die Punkte D und E erhaltenen Winkelsinusen.

Dieselbe Formel (19) würde man auch erhalten, wenn R rechtwinklig auf den durch A gehenden Meridian, Fig. 4, gerichtet wäre. Indem dabei $F > H$, muss

$$R^2 = F^2 - H^2$$

und folglich

$$H\ .\ sin\ \alpha_0 = sin\ \alpha_4' \sqrt{F^2 - H^2}$$

sein.

Stellt man ausserdem Gleichung (7) unter folgende Form:

$$(F + H)\ sin\ \alpha_1 = H\ .\ sin\ \alpha_0,$$

$$(F - H)\ sin\ \alpha_2 = H\ .\ sin\ \alpha_0$$

so erhält man durch Multicipliren dieser Gleichungen mit einander und nach erfolgter Wurzelausziehung

$$H\ .\ sin\ \alpha_0 = \sqrt{sin\ \alpha_1\ sin\ \alpha_2}.\ \sqrt{F^2 - H^2}$$

und somit auch die Formel (19), nämlich

(19 bis) . . . $sin\ \alpha_4' = \sqrt{sin\ \alpha_1\ .\ sin\ \alpha_2}.$

Welchem dieser beiden Fälle Gleichung (19) entspricht, beruht auf der Lage des Punktes C. Liegt nämlich C ausserhalb des Kreises, so gilt (19) für den Tangentenpunkt, sonst nicht.

Was den Winkel β im letzten Falle betrifft, so erhält man nach (3)

$$cos\ \beta_4' = -\frac{H}{F}.$$

Die Bedingung der Möglichkeit bestimmt $H \leqq F$, d. h. wenn $sin\ \alpha_1 \leqq \frac{1}{2} sin\ \alpha_0$ ist.

Mit dem neutralen Punkte N hängt T' zusammen durch die Formel

$$2\ .\ cos\ \beta_0\ cos\ \beta_4' = 1$$

und mit dem Berührungspunkte F' durch

$$cos\ \beta_4\ .\ cos\ \beta_4' = 1.$$

Schliesslich sei bemerkt, dass man, wie für T nach (6) oder auch direct aus Fig. 4,

$$sin\ \beta_4 = \frac{sin\ \alpha_0}{sin\ \alpha_4},$$

so auch auf gleiche Weise für T' (Fig. 5):

$$tang\ \beta_4' = \frac{sin\ \alpha_0}{sin\ \alpha_4'}$$

erhält.

e) Die Beobachtungspunkte liegen in den Schnittpunkten des Kreises und einer beliebigen durch den Punkt C gezogenen geraden Linie.

Es seien P und Q (Fig. 6 u. 7) die beiden Schnittpunkte zwischen dem Kreise und der durch C gehenden Geraden, wobei es gleichgiltig ist, ob der Punkt C ausser- oder innerhalb des Kreises liegt, und. bezeichnet man die beiden Resultanten PC und QC mit R′ und R″, so weiss man nach einem bekannten geometrischen Satze, dass das Product dieser Resultanten constant ist, also

(20) . . . . . $R'\ R'' = constant.$

Wenn man mit α' und α'' die Deviationswinkel in den Punkten P und Q und mit R_1 und R_2 die Resultanten in D und E bezeichnet, so ist

(21) . . . . . $R_1\ R_2 = R'\ R''$,

und ferner mittelst (7) und (21)

(22) . . . . $sin\ \alpha_1\ sin\ \alpha_2 = sin\ \alpha'\ sin\ \alpha''$,

aus welcher Gleichung als Specialfall die Gleichungen (19) und (19 bis) folgen.

Als weitere Anwendung von (22) könnten wir den Deviationswinkel α_0'' im Punkte N' (Fig. 2) auszudrücken suchen, der den Schnittpunkt zwischen der Peripherie und der Geraden CN bildet; ebenso den Winkel α_3'' des Punktes M' (Fig. 3), der im Schnittpunkte des Kreises mit der Geraden CM liegt. Man würde da erhalten

$$sin\ \alpha_0\ sin\ \alpha_0'' = sin\ \alpha_1\ sin\ \alpha_2$$
$$sin\ \alpha_3\ .\ sin\ \alpha_3'' = sin\ \alpha_1\ .\ sin\ \alpha_2$$

und folglich durch die Gleichungen (9) und (17)

$$sin\ \alpha_0'' = \frac{1}{2}\left[sin\ \alpha_2 + sin\ \alpha_1\right],$$

$$sin\ \alpha_3'' = \frac{1}{2}\left[sin\ \alpha_2 - sin\ \alpha_1\right].$$

f) Berechnung des Deviationswinkels für einen beliebigen Punkt der Peripherie.

Giebt man die Lage irgend eines beliebigen Punktes der Peripherie durch den Winkel β an und bezeichnet den zugehörigen Deviationswinkel mit α, so erhält man nach (6), (8) und (9) folgende Formel:

$$(23)\quad \frac{2}{sin^2\alpha} = \frac{1}{sin^2\alpha_1} + \frac{1}{sin^2\alpha_2} + \left[\frac{1}{sin^2\alpha_1} - \frac{1}{sin^2\alpha_2}\right] cos\ \beta,$$

mit der man also α für jeden Werth von β berechnen kann, d. h. für jeden Punkt der Peripherie, sobald α_1 und α_2 in den Punkten D und E bekannt sind. Denken wir uns zwei Beobachtungsorte an den beiden Endpunkten eines gegebenen Diameters, oder, was hier dasselbe ist, dass deren Werthe für β gegenseitige Supplemente sind, und bezeichnen wir mit α_1' und α_2' die für diese Punkte geltenden Deviationswinkel, so erhalten wir, wenn $\alpha_{90} = \beta = 90^o$ entspricht, als Anwendung der vorhergehenden Formel:

$$(24)\quad .\ \frac{1}{sin^2\alpha_1} + \frac{1}{sin^2\alpha_2} = \frac{1}{sin^2\alpha_1'} + \frac{1}{sin^2\alpha_2'} = \frac{2}{sin^2\alpha_{90}}.$$

Wären für eine gegebene Peripherie die Winkel α_1 und α_2 nicht bekannt, sondern nur der Winkel δ des in seiner Lage

gegebenen Beobachtungsortes, so kann der Winkel α für diesen Punkt nach der Formel erhalten werden

$$\sin \alpha = \sin \alpha_0 \sin \delta \, (\mathit{cotang}\, \delta - \mathit{cotang}\, \beta),$$

die leicht aus (2) und (5) abzuleiten ist.

g) Berechnung des Abstandes zwischen den Punkten A und C.

Diesen Abstand x im Verhältnisse zum Radius r wird im Allgemeinen nach (1) und (8) durch die Formel angegeben:

$$(25) \quad . \quad \frac{x}{r} = \frac{H}{F} = \frac{\sin \alpha_2 + \sin \alpha_1}{\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1} = \frac{\mathit{tang}\, \frac{1}{2} (\alpha_2 + \alpha_1)}{\mathit{tang}\, \frac{1}{2} (\alpha_2 - \alpha_1)}.$$

Für die einzelnen vorhergehend behandelten Fälle weiss man nach b), c) und d), zwischen welchen Grenzen sich $\frac{H}{F}$ ändern darf, und man kann sonach auch die Variationsgrenzen für x bestimmen. Eine Resultatzusammenstellung ergiebt Folgendes:

1) Bei dem Neutralpunkte $R = H$, wo $\frac{H}{F} \geqq \frac{1}{2}$ ist, muss

$$\frac{r}{2} < x < \infty \text{ sein;}$$

2) bei $R = F$, wo $\frac{H}{F} \leqq 2$ ist, muss $0 < x < 2\,r$ sein;

3) bei $R^2 = H^2 - F^2$, wo $\frac{H}{F} \geqq 1$ ist, muss $r < x < \infty$ sein;

4) bei $R^2 = F^2 - H^2$, wo $\frac{H}{F} \leqq 1$ ist, muss $0 < x < r$ sein.

Zweifelsohne wären noch viele andere Beobachtungspunkte werth, näher untersucht zu werden, aber das Gesagte mag genügen, theils mit Rücksicht auf die folgenden Anwendungen, theils auch, weil es im Allgemeinen darthun sollte, dass zwischen den an verschiedenen Beobachtungspunkten erhaltenen Deviationswinkeln ein wirklicher Zusammenhang existirt. Dies hier ziemlich ausführlich darzuthun erschien mir um so wünschenswerther, als sonderbarer Weise sogar solche Personen, die sich meiner Methode auf dem Erzfelde wirklich bedienten, bezwei-

felten, ob ein näheres Eingehen in dieser Beziehung überhaupt möglich wäre.

§ 2. Die Beobachtungspunkte bei den Intensitätsmessungen liegen beliebig zerstreut auf der Horizontalfläche.

Lässt man den Radius r sich ändern, denkt man sich also viele concentrische Kreise um den Punkt A gezogen, so muss sich auch der Werth der Horizontalkraft F von einem Kreise zum anderen unaufhörlich ändern. Wie das Gesetz für diese Aenderung von F auch sein mag, so sieht man doch unmittelbar, dass F, für $r = 0$, ebenfalls 0 wird, weil die ganze Wirkung des Magnetstabes auf die Nadel im Punkte A längs der Verticallinie gerichtet ist, ebenso dass $F = 0$ wird, wenn $r = \infty$ ist, und zwar in Folge des grossen Abstandes zwischen dem Magnetstabe und dem Beobachtungspunkte. Da aber zwischen diesen beiden Grenzen F nicht immer Null ist, so muss diese Kraft bei einem dazwischenliegenden Werthe von r ihr Maximum erreichen. Da auch in Folge der Verticalstellung der Stange rund um dieselbe oder richtiger rund um den Punkt A in der betreffenden Horizontalebene vollständige Symmetrie existiren muss, so ist es offenbar, dass die Punkte, für welche F ein Maximum ist, alle in ein und demselben um A gezogenen Kreisumfange liegen werden. Einem jeden andern F-Werthe entsprechen dagegen zwei, sowohl unter sich als mit diesem Umfange concentrische Kreise. Der eine davon liegt ausserhalb, der andere innerhalb des dem Maximalwerthe von F entsprechenden Umkreises.

Da wir nun wissen, dass es einen Kreis giebt, für den F am grössten ist, und dass die Resultate für jeden besonderen Kreisumfang in den auf dem Meridiane gelegenen Punkten D und E ihren Maximal- und Minimalwerth besitzt, so folgt hieraus, dass der allergrösste Werth, den die Resultante R irgendwo in der gegebenen Horizontalebene erlangen kann, in dem Schnittpunkte D des Meridians mit dem angeführten Kreise, für welchen F am grössten war, erhalten wird. In diesem Schnittpunkte wird der Deviationswinkel der möglichst kleinste, und die Formel (7) erhält nachstehendes Aussehen:

$$(26) \quad . \quad . \quad . \quad (H + F_{max}) \sin \alpha_{min} = H \sin \alpha_0.$$

In dem anderen Schnittpunkte E desselben Kreises mit

dem Meridiane hat R seinen kleinsten Werth, dagegen der Winkel α seinen grössten, vorausgesetzt, dass

$$H > F_{max}.$$

Wir würden da erhalten

(27) . . . $(H - F_{max})\ sin\ \alpha_{max} = H\ sin\ \alpha_0.$

Aus Vorstehendem ergiebt sich, dass auf dem durch A gehenden Meridiane und in gleichem Abstande von diesem Punkte sich zwei Stellen befinden müssen, die eine südlich, die andere nördlich von A gelegen, die sich von allen in der Horizontalebene befindlichen möglichen Beobachtungspunkten dadurch auszeichnen, dass der Deviationswinkel dort ein Minimum und hier ein Maximum ist. Umgekehrt kann man hieraus den Schluss ziehen, dass die Verbindungslinie zwischen diesen beiden angeführten Schnittpunkten, oder einfach zwischen den Punkten in der Horizontalebene, an denen α seinen grössten und kleinsten Werth erhält, mitten über die Magnetstange gehen muss und dass diese Linie die Richtung und Lage des durch den Punkt A gehenden magnetischen Meridians angeben muss. Aus diesem Grunde nenne ich diese Linie im Folgenden den magnetischen Meridian des Erzfeldes, weil sie dort mitten über den Erzstock verlaufen muss.

Kommt es hingegen vor, dass $H \geqq F_{max}$ ist, was sich dadurch erkenntlich macht, dass die freie Compassnadel im ersten Falle, $H = F_{max}$, an keiner Stelle des Meridians einen Indifferenzpunkt rücksichtlich ihrer Gleichgewichtslage zeigt, und dass im andern Falle, $H < F_{max}$, sich zwei solche Punkte vorfinden, zwischen denen die Nadel längs des Meridians ihren Nordpol gegen Süden wendet, so wird die Formel

(28) . . . $(F_{max} - H)\ sin\ \alpha_{min} = H\ sin\ \alpha_0,$

und dann zeigt sich ein neuer Minimalwerth des Winkels α für den nördlichen Schnittpunkt zwischen dem Meridiane und dem betreffenden Kreisumfange. In diesem Falle ist es die Verbindungslinie dieses Punktes mit dem schon südlich von A gefundenen Minimalpunkte für α, welche die Meridianlage angiebt.

Würde man für den Fall, wenn $H < F_{max}$, an Stelle der Peripherie, die F zu einem Maximum macht, eine andere wählen, in welcher F kleiner als H wäre, so müsste unter allen diesen Peripherien eine zu finden sein, für welche α im nördlichen

Schnittpunkte mit dem Meridiane 90° ist. Wie man leicht findet, ist dies der Fall bei

$$(29) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \frac{F}{H} = 1 - \sin \alpha_0.$$

Bei diesem Verhalten aber kann man, wenn man will, sagen, dass die Lage des mitten über die Stange gehenden Meridianes durch die Verbindungslinie zwischen den beiden Punkten bestimmt wird, an denen der Winkel α seinen grössten und seinen kleinsten Werth erhält.

Hat man die Meridianlage auf diese Weise genau bestimmt, so kann man leicht finden, wo der Punkt A liegt. Angenommen

1) dass $H > F_{max}$, was eintrifft, wenn die freie Nadel ihren Nordpol längs des Meridians stets nach Norden kehrt.

In diesem Falle existirt ein wirkliches Minimum für α südlich von A und ein wirkliches Maximum nördlich von A, und mitten zwischen diesen beiden Punkten liegt dann A.

Natürlich könnte man zu demselben Zwecke zwei beliebige symmetrisch auf dem Meridiane gelegene Punkte wählen. Für einen dem Beobachtungsorte D angehörigen gegebenen Werth α_1 könnte man dann nach (9) den E entsprechenden Werth α_2 berechnen und mitten zwischen diesen beiden Punkten A aufsuchen. Man hat dabei nur zu beachten, dass der Winkelwerth α_1 zwei Punkten D_1 und D_2, und ebenso α_2 zwei Punkten E_1 und E_2 entsprechen muss, die zu beiden Seiten von den Punkten D und E, für die α Minimum oder Maximum war, liegen; man muss also beachten, dass bei Anwendung der isodynamischen Curven die Punkte mit einander combinirt werden, die derselben Peripherie angehören. Dies ist hierbei aber ohne Schwierigkeit. Schwieriger ist es, wenn wir annehmen,

2) dass $H \leqq F_{max}$ ist, was eintrifft, wenn die freie Nadel irgendwo auf dem Meridiane entweder nur einen Indifferenzpunkt ($H = F_{max}$) oder deren zwei angiebt, und in diesem Falle ihren Nordpol zwischen beiden gegen Süden wendet ($H < F_{max}$).

Um hier sicher bestimmen zu können, wo A liegt, ist es nöthig, die längs des Meridianes erhaltenen Deviationswinkel näher zu vergleichen, damit man angeben kann, welche Beobachtungspunkte wirklich ein und derselben Peripherie ange-

hören, kurz man muss feststellen, welche Punkte auf dem Meridiane wirklich symmetrische Punkte sind.

Lassen wir die Variationen von F durch die zu rechtwinkligen Axen gehörige krumme Linie $m\,d\,A\,c\,n$ (Fig. 8) repräsentiren, wobei die Abscisse x den Abstand von A längs des Meridianes $S\,N$ und die Ordinate die Kraft F bezeichnet, so sieht man nach dem Vorigen, dass diese Curve auf beiden Seiten von A, für welchen Punkt F nothwendig Null sein muss, symmetrisch sein wird. Für jeden Theil der Curve wachsen die Ordinaten bis zu einem Maximalwerthe bei wachsendem Abstande vom Ausgangspunkte A, worauf sie mehr und mehr abnehmen, um sich schliesslich asymptotisch bei $x = \pm\infty$ der Axe x zu nähern.

Auf gleiche Weise kann die Resultante R durch die Curve $m\,d\,A\,c'\,n'$ repräsentirt werden, die dadurch entsteht, dass man südlich von A zu den Ordinaten der obigen F-Curve die constante Grösse H hinzufügt, die dem senkrechten Abstande zwischen $c\,a$ und $S\,A$ entspricht, während man nördlich von A die F-Curve sich um 180° um die x-Axe drehen lässt, wobei der lothrechte Abstand von der Geraden $a\,c'$ zur Krummen $A\,c'\,n'$ dann die Resultante R angiebt. Auf der Südseite von A, wo man $R = H + F$ hat, erhält die R-Curve dieselbe Form wie die F-Curve; folglich fällt der Maximalpunkt für R in denselben Abstand von A wie der Maximalpunkt für F. Im Anfange (A) wird $R = H$, weil G daselbst Null ist u. s. w. Hiernach ist leicht ersichtlich, wie die entsprechenden Werthe von α sich ändern: der Minimalwerth für α findet statt für R_{max}, und α_0 für $R = H$.

Auf der Nordseite von A wird $R = \pm (H - F)$, weshalb R entweder auf dem ganzen Wege positiv oder theils positiv, theils negativ sein kann, was davon abhängt, ob H ist $> =$ oder $< F$. In jedem Falle wird R auf dieser Seite von A einen Minimalwerth aufweisen, aber um klar einzusehen, wie sich α im Zusammenhange hiermit ändert, ist eine eingehendere Discussion erforderlich.

Wenn wir da der Vollständigkeit wegen alle möglichen Verhältnisse durchgehen, so haben wir rücksichtlich der Veränderungen von R folgende Fälle zu unterscheiden:

1) $H > F_{max}$. Für diesen Fall haben wir schon angegeben, dass die freie Compassnadel ihr Nordende stets nach Norden

wendet und dass die Maximal- und Minimalwerthe von R von den betreffenden Minimal- und Maximalwerthen von α in gleichem Abstande von A gefolgt werden; dieser Punkt könnte also mitten zwischen den aus den Beobachtungen gefundenen Punkten für α_{max} und α_{min} aufgesucht werden.

Ausserdem ist klar, dass der Winkel α_0 längs des Meridians nicht anderswo zu erhalten ist, als da, wo $R = H$ ist, also im Punkte A. Hieraus folgt also die Regel, dass dieser Punkt bestimmbar ist durch den Schnittpunkt des Meridians mit der neutralen Linie.

2) $H < F_{max} < 2\,H$. — Gehen wir in Fig. 9 von dem Punkte A aus, wo $R = H$ ist, und gehen wir nördlich weiter, so nimmt R unaufhörlich ab, bis wir $R = 0$ für den Punkt g erhalten, wo also $F = H$ (numerisch) ist, aber die Kräfte entgegengesetzt sind. In diesem Punkte nimmt die Nadel eine indifferente Gleichgewichtslage an. Gehen wir weiter nördlich, so wird R negativ, was also bedeutet, dass die Nadel die Nordspitze nach Süden wendet. Die Werthe von R wachsen numerisch zu einem Maximum in e', wo also α ein Minimum wird. Jenseits e' nähert sich R von der negativen Seite mehr und mehr Null, welcher Werth im Punkte h erreicht wird. Von diesem Punkte, wo sich eine neue indifferente Gleichgewichtslage der Compassnadel befindet, wird R positiv und nähert sich H um so mehr, je weiter nördlich man gelangt.

Es ist deutlich, dass die Punkte d und e' zu derselben Peripherie gehören und rücksichtlich des Punktes A, dessen Lage mithin bestimmbar ist, symmetrisch liegen. Weiter findet man, da R nur in dem Punkte A gleich H werden kann, dass der Schnittpunkt der Neutrallinie mit dem Meridiane auch in diesem Falle die Lage des gesuchten Punktes A auszeichnet.

3) $F_{max} > 2\,H$. — Die Resultante R erleidet analoge Veränderungen wie eben vorhergehend, aber mit dem Unterschiede, dass sie hier viel grösser werden. In den Punkten g und h, Fig. 10, wird man also $R = 0$ finden und $R = -H$ in den Punkten r und s. Der Minimalwerth von R befindet sich in e'. Zwischen g und h wendet sich die Nordspitze der Nadel nach Süden. Da R in diesem Falle einen numerischen Werth $= H$ an drei Stellen A, r und s erhält, und da im Punkte s die wirkliche Neutrallinie den Meridian schneidet, so folgt

hieraus, dass in diesem Falle die oben angegebene Regel von der Neutrallinie sich nicht zur Bestimmung des Punktes A verwenden lässt. Sehen wir deshalb, wie sich hier die symmetrischen Punkte anwenden lassen.

In den Punkten r und s wird $F = -2H$, also $R = -H$, und der Deviationswinkel mithin α_0, wenn man die Zeichen nicht berücksichtigt. Die symmetrisch belegenen Punkte südlich von A geben dann $F = 2H$, und die Gleichung

$$(F + H) \sin \alpha = H \sin \alpha_0$$

wird, wenn man den betreffenden Werth von F daselbst einsetzt, also

(30) . . . . . $3 \sin \alpha_1 = \sin \alpha_0$.

Sucht man also südlich von A unter den auf dem Meridiane angestellten Beobachtungen die beiden Winkel α_1 auf, die letzterer Gleichung genügen, so sind die diesen Winkeln entsprechenden Punkte symmetrische Punkte.

Auf gleiche Weise verfährt man rücksichtlich g und h; F und H sind hier numerisch gleich gross. Südlich von A entsprechen dann als symmetrische Punkte die Stellen, für die man solche Deviationswinkel gefunden, dass sie der Gleichung genügen:

(31) . . . . . $2 \sin \alpha_1 = \sin \alpha_0$.

Dem Minimalwerthe von R im Punkte c' entspricht der Maximalwerth von R in d; diese Punkte sind also im Verhältnisse zu A symmetrische. Wenn aber die Werthe von F und R sich in der Nähe von A sehr schnell ändern, so ist es praktisch unmöglich, diese Punkte d und c' von einander zu trennen. Man sieht dies folgendermaassen. In d ist R ein Maximum, also α ein Minimum. In c' ist R ebenfalls ein Maximum, wenn wir das Zeichen übersehen, also das entsprechende α auch ein Minimum. Wenn nun der Abstand zwischen d und c' klein ist, was bei schnellen Variationen von F oder R eintrifft, so fliessen die Umkreise der Minimalwerthe α in einen einzigen zusammen, ohne dass man sie durch die Deviationswinkel unterscheiden kann. Der einzige Unterschied zeigt sich in der Richtung der freien Nadel. In d wendet sich der Nordpol nach Norden, in c' nach Süden; die Umstellung erfolgt in g oder fast mitten über A.

Um die Lage von A zu finden, können wir also nicht direct den Schnittpunkt der Neutrallinie mit dem Meridiane benutzen, sondern nur die symmetrischen Punkte, wobei das Einfachste wäre, die Punkte s und h auf oben angegebene Weise zu verwenden.

Es erübrigt nun die Angabe, wie leicht zu entscheiden, welcher von den drei oben angeführten Fällen wirklich existirt, ob $H > F_{max}$, $H < F_{max}$, oder $F_{max} > 2\,H$.

Gleichung (7) lehrt uns da, dass

$$(31\text{bis}) \quad F_{max} \gtreqless H, \text{ je nachdem } \sin\alpha_0 \gtreqless 2 \sin\alpha_{1\,min},$$

und ferner, dass

$$F_{max} \gtreqless 2\,H, \text{ je nachdem } \sin\alpha_0 \gtreqless 3 \sin\alpha_{1\,min},$$

wenn wir mit α_{min} den Deviationswinkel südlich von A meinen, der ein Minimum ist.

Hiermittelst können wir also folgende Regel aufstellen:

Der Punkt A lässt sich der Lage nach bestimmen durch den Schnittpunkt zwischen dem Meridiane und der Neutrallinie, so oft man hat

$$(32) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \sin\alpha_0 < 3 \sin\alpha_{1\,min},$$

was leicht erweislich ist.

Ueberschreitet $\sin\alpha_0$ diesen Grenzwerth, so lehrt die angegebene Regel die Lage von A nicht kennen. Dagegen kann man sich stets der symmetrischen Punkte bedienen, vorausgesetzt, dass man die zusammengehörigen richtig zusammenstellt. Damit über die symmetrischen Punkte nördlich und südlich von A keine Ungewissheit bestehe, mag noch Folgendes angeführt werden, wobei wir auf Fig. 11 hinweisen, welche die um den Punkt A in der Horizontalebene gezogenen Kreise angiebt. Der Radius eines jeden Kreises mag hierbei die Kraft F darstellen, deren wirkliche Grösse, in H ausgedrückt, hier unten angegeben ist. Mit R_1 bezeichne ich die Resultantengrösse südlich von A, mit R_2 dieselbe nördlich von A. Für die aufeinander folgenden Kreise erhält man folgendes Schema:

Kreisnummer von A gerechnet	F	R_1	R_2	Hinweisung auf Fig. 11
0	0	$= H$ (Neutr. L.)	$= H$ (Neutr. L.)	A
1	$< H$	$< 2\,H$	$< H$	
2	$= H$	$= 2\,H$	$= 0$ (indiff. Pkt.)	g
3	$= 2\,H$	$= 3\,H$	$= -H$ (Neutr. L.)	r
4	$> 2\,H$	$> 3\,H$	neg. und num. $< H$	
5	$= 2\,H$	$= 3\,H$	$= -H$ (Neutr. L.)	s
6	$= H$	$= 2\,H$	$= 0$ (indiff. Pkt.)	h
7	$< H$	$< 2\,H$	$< H$	

Die eigentliche neutrale Linie bildet die in Fig. 11 punktirte Linie, die mit dem 5. Kreise in Berührung ist. Die geschlossene krumme Linie wiederum, welche durch A geht und den 3. Kreis berührt, ist auch eine Neutrallinie, aber von geringer Ausstreckung; deren Bedeutung wird später besprochen. Zwischen den beiden auf dem 2. und 6. Kreise am nördlichsten gelegenen Punkten kehrt die freie Compassnadel ihre Nordspitze überall nach Süden.

Aus Vorstehendem ist ersichtlich, wie wichtig es ist, längs des Meridianes auf die Stellung der freien Nadel zu achten. Erfolgt daselbst keine Umstellung von Nord nach Süd, dann kann die Regel von der Neutrallinie vertrauensvoll angewendet werden. Erfolgt aber Umstellung, so kann die Gefahr vorliegen, dass obige Regel nicht giltig ist; aber dies entscheidet man durch die gegebene Controlgleichung (32).

Ohne hier auf specielle Betrachtungen der Compassangaben einzugehen, mag doch kurz erwähnt werden, dass die Nadel sich in den beiden Punkten g und h lothrecht stellen muss, weil in der bereits angeführten Formel

$$tang\, I' = \frac{G}{H - F}$$

der Nenner hier Null wird. Da nun nach dem Vorhergehenden keiner dieser beiden Punkte sich mitten über A befindet, und am wenigsten h, so ist es deutlich, dass der Grubencompass irre leiten kann, wenn man seinen Angaben ohne nähere Prüfung folgen würde.

§ 3. Lagenbestimmung des Punktes *A* durch Combination der isodynamischen und isogonischen Linien.

Verzeichnet man die isogonischen und die isodynamischen Curven auf derselben magnetischen Karte, und wählt man zwei solche Curven, eine von jeder Sorte, die einander schneiden, so kann man beweisen, dass die gerade Linie, welche die zu diesen Curven gehörigen, auf derselben Meridianseite gelegenen Schnittpunkte verbindet, verlängert, durch den Punkt *A* gehen muss.

Die beiden Schnittpunkte seien *L* und *L'*, Fig. 12. Da beide derselben isodynamischen Curve angehören, so müssen die Deviationswinkel α für beide Punkte gleich gross sein. Aber gleichen Werthen von α entsprechen nach (5) gleiche Werthe von *R*. Und da wir für die beiden Punkte *L* und *L'* *R* und δ gemeinsam haben, so müssen nach (2) auch die Werthe von β gleich gross sein, was mithin bedeutet, dass die von *A* gegen *L* gezogene Gerade auch durch *L'* gehen muss.

Ausserdem folgt aus der Gleichung (2), dass die Werthe von *F* für die beiden Punkte *L* und *L'* gleich gross sein müssen, d. h. dass zwischen diesen Punkten der Kreis verlaufen muss, für den *F* ein Maximum wird. Und da ferner klar ist, dass dieser letztere Kreis die isodynamischen Linien in den Punkten schneiden muss, welche die Berührungspunkte dieser Linien mit den isogonischen Linien bilden, so kann man folglich *A* auch dadurch finden, dass man den Mittelpunkt des Kreises aufsucht, der durch den Punkt der kleinsten Deviation ($\alpha_{1\,min}$) und einen der erwähnten Berührungspunkte geht. Dieser Kreis muss auch durch den Punkt gehen, wo δ sein Maximum erhält, da, wie (2) darthut, F_{max} entspricht δ_{max}; auch diese Eigenschaft könnte man also benutzen, um *A* aufzusuchen. Je ein solcher Maximalpunkt für δ findet sich auf jeder Seite vom Meridiane, so dass wir nun aus der magentischen Karte unmittelbar 4 Punkte erhalten, durch welche der Kreis für F_{max} geht, nämlich α_{min}, α_{max} und zwei Punkte für δ_{max}. Natürlich ist auch, dass, wenn ein um *A* gezogener Kreisumfang von einer durch den dahin gehörigen Punkt *C* gehenden Geraden in den Punkten *P* und *Q* geschnitten wird, diese Punkte dann ein und derselben isogonischen Linie angehören müssen.

Zu bemerken ist jedoch, dass vorstehende Bestimmungsmethoden für *A* nur dann anwendbar sind, wenn die freie

Compassnadel keinen Indifferenzpunkt anzeigt. Denn kommen solche Punkte vor, so wird die Form der isogonischen Curven eine ganz andere, und eine gegebene isogonische und isodynamische Linie können sich auf einer bestimmten Seite vom Meridiane nur an einem einzigen Punkte schneiden.

Eine der wichtigeren Anwendungen der isogonischen Linien auf dem Erzfelde scheint mir darin zu bestehen, dass man aus deren gleicher oder ungleicher Form auf beiden Seiten des Meridianes auf die mehr oder weniger regelmässige Form der Erzmasse selbst zu beiden Seiten dieser Linie schliessen kann.

§ 4. Bestimmung des Punktes *A* mittelst der durch den Eisenstab ausgeführten Abweichungen.

Es sei v_0 der auf eisenfreiem Terrain und v der in der Nähe der lothrecht gestellten Magnetstange erhaltene Deviationswinkel, wenn man anstatt des abweichenden Magneten eine weiche Eisenstange benutzt. Ferner seien V und G die Verticalcomponenten, die vom Erdmagnetismus und der Magnetstange herrühren, und k eine dem benutzten Instrumente zugehörige Constante, so erhält man:

1) für den eisenfreien Punkt

(33) . . . . . $H \,.\, sin\, v_0 = k\, V;$

2) in der Nähe des Magnetes

(34) . . . . . $R \,.\, sin\, v = k\,(V + G).$

Da nun, wie bekannt,

(35) . . . . . $H \,.\, tang\, I = V$

ist, wenn man mit I den Inclinationswinkel auf eisenfreiem Felde bezeichnet, so erhält man hieraus und mittelst (5) leicht:

(36) . . . $\dfrac{G}{H \,.\, tang\, I} = \dfrac{sin\, v}{sin\, \alpha} \cdot \dfrac{sin\, \alpha_0}{sin\, v_0} - 1.$

Bezeichnen wir der Kürze wegen

$$\frac{G}{H \,.\, tang\, I} = G',$$

so ist

(37) . . . . . $G' = \dfrac{sin\, v}{sin\, \alpha} \cdot \dfrac{sin\, \alpha_0}{sin\, v_0} - 1;$

G' muss sich proportional mit dem Verticalcomponenten der Magnetstange verändern, wenn H und I für den gegebenen Beobachtungspunkt als constant angenommen werden; G' kann mithin im Folgenden an Stelle von G angewendet werden. Wäre das Instrument so eingerichtet, dass die beiden neutralen Winkel α_0 und v_0 unter sich gleich wären, was man ja leicht erreichen kann, so hätte man ganz einfach

$$(38) \quad \ldots\ldots \quad G' = \frac{\sin v}{\sin \alpha} - 1.$$

Stellt man mit der Eisenstange Deviationsmessungen längs einer um A gezogenen Peripherie an, so muss der Symmetrie wegen G' dabei constant sein, also auch

$$(39) \quad \ldots\ldots \quad \frac{\sin v}{\sin \alpha} = constant$$

sein.

Da wir nun nach dem Vorhergehenden die Veränderungen kennen, welche α längs einer gegebenen Peripherie oder in einer Horizontalebene überhaupt erleidet, so können wir auf Grund der vorhergehenden Gleichung auf die entsprechenden Veränderungen des Winkels v schliessen. Man findet dann, dass der Minimalwerth von v wie für α auf dem Meridiane südlich von A und der Maximalwerth nördlich von diesem Punkte zu treffen ist, und allgemein dass, wenn man die Punkte mit gleichen Werthen von v verbindet, diese isoclinischen Curven in ihrer Form fast ganz genau mit den schon behandelten isodynamischen Linien übereinstimmen. Hieraus folgt dann weiter, dass die Lage des magnetischen Meridianes ebenso durch die Maximal- und Minimalpunkte der einen Curvenart, wie durch die entsprechenden Punkte der anderen bestimmbar sein muss.

Ausser den oben erwähnten isoclinischen Curven kann man auch die Curven construiren, welche die Verticalintensität der Magnetstange darstellen. Man hat hierzu nur die oben erhaltene Grösse G' zu berechnen und die gewonnenen Werthe zu verzeichnen. Verbindet man dann die Punkte, wo die Werthe von G' gleich sind, so müssen diese Linien, wenn es sich um einen verticalen, cylindrischen Magnetstab handelt, in Folge der vollkommenen Symmetrie, die in der Horizontalebene um den Magnetstab herrscht, concentrische Kreise bilden.

Der Maximalpunkt für G' liegt hierbei gerade über dem Punkte A, dessen Lage sonach bestimmt werden kann; je grösser man aber den Kreisradius nimmt, um so kleiner werden die Werthe von G'.

Kehren wir zu den isoclinischen Linien zurück, so ersehen wir aus dem Vorigen, dass der Inclinationswinkel I' für einen gegebenen Punkt von der combinirten Wirkung des Erd-magnetismus und des Magnetstabes abhängen muss. Wir haben nämlich

$$(40) \quad \ldots\ldots \quad tang\, I' = \frac{V+G}{R},$$

oder durch Einsetzen nach (33), (34) und (35)

$$(41) \quad \ldots\ldots \quad tang\, I' = \frac{sin\, v}{sin\, v_0} . tang\, I'.$$

Da I und v_0 als constante Grössen zu betrachten sind, so muss sich $tang\, I'$ proportional mit $sin\, v$ ändern. Und da v und α ihre Maximalwerthe an demselben Punkte haben, so muss dies auch mit I' der Fall sein. Geht der Beobachter von diesem Minimalpunkte nördlich längs des Meridianes, so muss I' wie v unaufhörlich wachsen. An dem Punkte, wo die neutrale Inclinationslinie den Meridian schneidet, wird $I' = I$, d. h.

$$(42) \quad \ldots\ldots \quad \frac{V+G}{H+F} = \frac{V}{H'}$$

oder

$$(43) \quad \ldots\ldots \quad \frac{G}{F} = \frac{V}{H}.$$

Lässt man i den Inclinationswinkel bezeichnen, welchen der Magnetstab für sich allein verursachen würde, so erhielte man folglich

$$(44) \quad \ldots\ldots \quad \frac{G}{F} = tang\, i = tang\, I,$$

welche Formel wir bei bei der Frage über die Tiefe des Magnetstabes anwenden werden.

Anmerkung. Setzt man in die Gleichung $tang\, i = \frac{G}{F}$ die aus (5) und (36) erhaltenen Werthe von F und G, wenn man R in (5) gegen $H+F$ vertauscht, so erhält man die Formel

$$tang\, i = \frac{tang\, I}{sin\, v_0} . \frac{sin\, v\, sin\, \alpha_0 - sin\, \alpha\, sin\, v_0}{sin\, \alpha_0 - sin\, \alpha},$$

welche Wrede zum Aufsuchen des Punktes A empfiehlt. Für die verschiedenen Punkte längs des Meridianes hätte man also i aus v und α zu berechnen, worauf man A in dem Punkte findet, wo $i = 90^0$ ist. Natürlich trifft dies ein, wenn $\alpha = \alpha_0$, was in Worten den Punkt bedeutet, wo der Meridian von der neutralen Intensitätslinie geschnitten wird. Unter welchen Bedingungen diese Regel gilt, ist schon vorher angegeben. Dasselbe Resultat erzielt man, wenn man mit Wrede den Punkt sucht, wo $F = 0$ ist.

Mitten über der Magnetstange wird

$$(45) \quad \ldots\ldots \quad tang\, I = \frac{V + G_{max}}{H},$$

welcher Werth aber nicht der grösste ist, den I annehmen kann.

Nördlich von A hat man nämlich

$$(46) \quad \ldots\ldots \quad tang\, I = \frac{V + G}{F - H},$$

und wenn sich daselbst Indifferenzpunkte finden, so erhält man in jedem solchen Punkte $H - F = 0$, also $I = 90^0$. Zwischen diesen Punkten wendet sich der Nordpol der Inclinationsnadel nach Süden mit Neigung gegen den Horizont, so dass der Inclinationswinkel dabei 90^0 überschreitet; irgendwo in diesem Umkreise muss deshalb die Inclination ihr Maximum erreichen. Nachdem er in dem nördlicher belegenen Indifferenzpunkte von Neuem 90^0 gewesen, wird der Inclinationswinkel bei nördlichem Fortschreiten kleiner und kleiner, und nähert sich so, wenn der Abstand von A bedeutend ist, dem Werthe, welcher dem eisenfreien Punkte entspricht.

Findet sich kein Indifferenzpunkt, so ist es nach (41) deutlich, dass der grösste Werth von I dem Maximalwerthe von v entspricht, welcher, wie der Maximalwerth von α, nördlich von A liegt.

Aus dem Angeführten muss also ersichtlich sein, dass, mag sich ein Indifferenzpunkt finden oder nicht, ein Grubencompass seine grösste Neigung nicht gerade über dem Punkte A, sondern irgendwo nördlich von diesem Punkte zeigen wird, dass also die gewöhnliche Deutung seiner Angaben mit Rücksicht auf die Lagenbestimmung des Punktes A in hohem Grade irreleitend sein kann.

§ 5. Tiefenbestimmung des Mittelpunktes der Magnetstange unter der Horizontalebene, in welcher die Messungen erfolgten.

Wenn man den Horizontalabstand zwischen dem mitten über der Magnetstange gelegenen Punkte A und einem südlich von ihm auf dem Meridiane befindlichen Beobachtungspunkte D mit x, die Tiefe des Mittelpunktes der verticalen Magnetstange unter A mit z und die ganze Länge der Stange mit $2\,l$ bezeichnet, und wenn man ferner die magnetischen Mengen $-m$ und $+m$ in den Endpunkten S und N der Stange concentrirt annimmt, von denen der erstere nach oben gewendet ist, so wirken auf den Nordpol einer in D aufgestellten Compassnadel folgende Kräfte.

Längs der Linie $D\,S$ findet man die anziehende Kraft

$$P_1 = \frac{m}{x^2 + (z-l)^2},$$

und längs $N\,D$ die abstossende Kraft

$$P_2 = \frac{m}{x^2 + (z+l)^2}.$$

Setzt man die Componenten dieser beiden Kräfte, entnommen längs des Meridianes und der Verticallinie (nach unten zu), zusammen und lässt man dabei $M = 2\,m\,l$ sein, so erhält man

$$(47) \quad F = \frac{M\,x}{2\,l} \cdot \left[\frac{1}{[x^2 + (z-l)^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{[x^2 + (z+l)^2]^{\frac{3}{2}}} \right]$$

und

$$(48) \quad G = \frac{M}{2\,l} \cdot \left[\frac{z-l}{[x^2 + (z-l)^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{z+l}{[x^2 + (z+l)^2]^{\frac{3}{2}}} \right].$$

Lässt man ferner c den Abstand zwischen dem Stangenmittelpunkte und dem Beobachtungspunkte D bezeichnen und φ den Winkel dieser Linie mit dem nach oben gerichteten Theile der Verticallinie sein, so erhält man

$$(49) \quad \ldots \begin{cases} x^2 + (z-l)^2 = c^2 + l^2 - 2\,c\,l\,\cos\varphi, \\ x^2 + (z+l)^2 = c^2 + l^2 + 2\,c\,l\,\cos\varphi. \end{cases}$$

Kommt es nun vor, dass c im Verhältnisse zu l so klein ist, dass die Grösse $\frac{l^2}{c^2}$ übersehen werden kann, so wird

$$(50) \quad . \quad . \quad . [x^2 + (z - l)^2]^{-3/2} = \frac{1}{c^3}\left(1 + \frac{3\,l}{c} . \cos\varphi\right)$$

und

$$(51) \quad . \quad . \quad . [x^2 + (z + l)^2]^{-3/2} = \frac{1}{c^3}\left(1 - \frac{3\,l}{c} . \cos\varphi\right),$$

folglich auch

$$(52) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad F = \frac{3\,M\,x}{c^4} . \cos\varphi.$$

Da weiter

$$(53) \quad . \quad . \quad . \quad . z = c . \cos\varphi \text{ und } x = c . \sin\varphi,$$

so erhält man

$$(54) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad F = \frac{3\,M}{z^3} \cos^4\varphi . \sin\varphi,$$

was in (7) gesetzt ergiebt

$$(55) \quad . \quad . \left(H + \frac{3\,M}{z^3} . \cos^4\varphi . \sin\varphi\right) \sin\alpha = H . \sin\alpha_0.$$

Sei nun D der Punkt auf dem Meridiane, wo α sein Minimum erreicht, so muss die Grösse $\cos^4\varphi . \sin\varphi$ ein Maximum werden, da alle in (55) eingehende Grössen constante sind. Aber dieser Maximalwerth von $\cos^4\varphi . \sin\varphi$ findet statt, wenn

$$(56) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad tang\,\varphi = \frac{1}{2},$$

und setzt man diesen Werth in

$$(57) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad x = z . tang\,\varphi,$$

so erhält man für den betreffenden Fall ganz einfach

$$(58) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad z = 2\,x_1.$$

Aus dieser Formel folgt also, dass die Tiefe des Stangenmittelpunktes unter der Horizontalebene, in welcher die Messungen erfolgten, doppelt so gross ist als der Abstand x_1 längs des Meridians zwischen dem Minimalpunkte des Deviationswinkels α und dem vorher bestimmten, gerade über der Magnet-

stange gelegenen Punkte A. Nach dem Vorhergehenden ist bekannt, dass bei grosser Tiefe der Magnetstange, die Neutrallinie durch A geht, und aus dem eben Angeführten findet man also, dass die Tiefe des Stangenmittelpunktes erhalten wird, wenn der Abstand längs des Meridianes zwischen dem Beobachtungspunkte des Minimalwinkels (α_{min}) und der Neutrallinie verdoppelt wird.

Ferner ist bekannt, dass bei unseren Annahmen über die Tiefe die Maximal- und Minimalpunkte für α symmetrisch zu beiden Seiten der Neutrallinie liegen, und deshalb kann man sagen, dass der Abstand zwischen diesen beiden Punkten direct angiebt, wie tief unter der Horizontalebene, in welcher die Messungen erfolgten, der Mittelpunkt der Magnetstange sich befindet.

Beschreibt die oben erwähnte Linie c um die durch A gehende Verticallinie einen Conus, wobei die Linie c mit dieser Verticallinie einen solchen Winkel φ bildet, dass $tang\,\varphi = \frac{1}{2}$, d. h. $\varphi = 26^0\,34'$ ist, so geben die horizontalen Kegelschnitte die Peripherien an, für welche die Kraft F in jeder einzelnen Horizontalebene ihren Maximalwerth erlangt, vorausgesetzt, dass man sich diese Ebenen stets in gehörigem Abstande vom Stangenmittelpunkte denkt.

Was den Werth von G betrifft, so kann auch dieser durch die Formeln (50) und (51) in einfachere Form gebracht werden, wenn wir fortwährend annehmen, dass $\left(\frac{l}{c}\right)^z$ vernachlässigt werden kann.

Man erhält dann

$$(59) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad G = \frac{M}{c^3}\left(3\,\frac{z}{c}\,cos\,\varphi - 1\right),$$

oder mittelst (53)

$$(60) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad G = \frac{M}{c^3}\,(3\,cos^2\varphi - 1).$$

Nach dieser Gleichung wird $G = 0$ für $cos\,\varphi = \sqrt{\frac{1}{3}}$, also für $\varphi = 54^0\,44'$. Auf beiden Seiten dieses Werthes muss also G verschiedene Zeichen haben und ausserdem seinen Maximalwerth für $\varphi = 0$, d. h. gerade über der Stange erhalten, wie wir schon anführten. Nimmt man $\varphi > 54^0\,44'$ und wird G

sonach negativ, so muss nach (38) auch $sin\, v < sin\, \alpha$ oder $v < \alpha$ sein. Ist ferner G nicht blos negativ, sondern auch numerisch grösser wie V, so würde der Ausschlagwinkel v in solchem Falle negativ werden, d. h. auf der entgegengesetzten Seite wie gewöhnlich liegen. Dies sieht man direct aus (36), wenn man V einsetzt und G mit dem Minuszeichen versieht. Man erhält da nämlich

$$(61) \quad . \quad . \quad . \quad V - G = H \,.\, tang\, I \,.\, \frac{sin\, v \,.\, sin\, \alpha_0}{sin\, \alpha \,.\, sin\, v_0},$$

worin, da alle übrigen Grössen theils constant, theils von den inducirenden Kräften unabhängig sind, $V - G < 0$ mit sich bringt $sin\, v = 0$, d. h. v einen negativen Werth verschafft. Trifft dies ein, so wird der gewöhnliche Compass eine sogenannte Südpolanziehung aufweisen. Bezeichnet man mit r_1 den Horizontalabstand zwischen den Punkten, an denen $G = 0$ und $G =$ Maximum ist, so erhält man die Tiefe z der Magnetstange aus der Gleichung

$$(62) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad v_1 = z\, tang\, \varphi_1,$$

wo $\varphi_1 = 54^0\, 44'$, also $z = \frac{r_1}{\sqrt{2}}$ oder ungefähr $z = 0{,}7\, r_1$ ist.

Doch dürfte diese Regel nicht so zuverlässige Resultate liefern, wie die vorher angeführte Methode. Dagegen liesse die Tiefe z sich mittelst der längs des Meridianes angestellten Inclinationsmessungen bestimmen. In dem Punkte, wo die neutrale Inclinationslinie den Meridian schneidet, ist nach (42), (43) und (44) $i = I' = I$. Wenn wir da in die hierbei geltende Gleichung (44)

$$(63) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \frac{G}{F} = tang\, I$$

die Werthe von G und F, nämlich G nach (60) und

$$(64) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad F = \frac{3\, M}{c^3} \,.\, sin\, \varphi\, cos\, \varphi$$

einsetzen, welche Werthe leicht aus (53) und (54) ableitbar sind, so erhält man

$$(65) \quad . \quad . \quad . \quad 3\, tang\, I\, sin\, \varphi\, cos\, \varphi = 3\, cos^2 \varphi - 1,$$

und weiter nach einer einfachen Umänderung

(66) . . . . $3\,tang\,I\,sin\,2\,\varphi = 1 + 3\,cos\,2\,\varphi,$

und hieraus erhält man schliesslich

(67) . $sin\,2\,\varphi = \frac{1}{3}\,sin\,I\,cos\,I\,(1 + \sqrt{9 + 8\,cotang^{\,2}I}).$

Man kann also, sobald der Inclinationswerth I für einen eisenfreien Punkt bekannt ist, das φ berechnen, welches dem neutralen Inclinationswinkel entspricht. Nennt man diesen Winkel φ_0 und bedeutet x_0 den Abstand von jener Neutrallinie längs des Meridianes bis zum Punkte A, so erhält man offenbar

(68) . . . . . $z = x_0\,cotang\,\varphi_0.$

Für das mittlere Schweden ist gegenwärtig $I = 71^0$, womit man $\varphi_0 = 12^0\,37'$ erhält, also $z = 4,468\,x_0$ oder in runder Zahl

(68 bis) . . . . . $z = 4{,}5\,x_0.$

Diese Formel lässt sich bei Anwendung dieser Methode auf dem Erzfelde benutzen, vorausgesetzt immer, dass $\left(\frac{l}{c}\right)^2$ vernachlässigt werden kann.

Aus (58) und (68 bis) folgt, dass x ungefähr $= 2{,}25\,x_0$ ist.

§ 6. Von der Südpolanziehung.

Unter der Südpolanziehung versteht man die Stellung der Inclinationsnadel, wenn sie ihren Südpol mehr oder weniger nach unten wendet; die gewöhnliche Stellung mit dem Nordpole nach unten nennt man die Nordpolanziehung.

Hält man die Inclinationsnadel in der Nähe einer lothrecht gestellten Magnetstange, deren Südpol nach oben gerichtet ist, so zeigt die Nadel sowohl über dem oberen als unter dem unteren Stangenende eine Nordpolanziehung. Zwischen den beiden Polen entlang der Stange findet man dagegen Südpolanziehung. Aber Südpolanziehungen können sich auch an einer horizontalen, im magnetischen Meridiane liegenden Magnetstange, mit dem Nordpole nach Norden gerichtet, zeigen. Um mit genügender Sicherheit die magnetische Einwirkung dieser Stange

auf eine über ihr befindliche frei bewegliche Nadel angeben zu können, diene hier Folgendes.

Nennen wir X den horizontal längs des Meridianes gegen Norden wirkenden Componenten der Magnetstangeneinwirkung auf den Nordpol der Compassnadel und Z den nach unten wirkenden verticalen Componenten derselben Kraft, brauchen wir im Uebrigen dieselben Bezeichnungen wie früher und verstehen wir ausserdem unter ζ den Verticalabstand zwischen dem Stangenmittelpunkte und der Horizontalebene, in welcher die Messungen gedacht werden, bezeichnet man ferner mit ψ den Winkel zwischen der durch diesen Mittelpunkt gezogenen Verticallinie und der vom Mittelpunkte nach dem Beobachtungspunkte gehenden Geraden c, so findet man längs des über die Stange laufenden Meridianes unter Vernachlässigung von $\left(\frac{l}{c}\right)^2$ folgende Formeln:

$$X = \frac{M}{c^3}(3\sin^2\psi - 1) \quad (69)$$

und

$$Z = \frac{3M}{c^3}.\sin\psi\cos\psi. \quad (70)$$

Da aber

$$\zeta = c\,.\cos\psi, \quad (71)$$

so erhält man

$$X = \frac{M}{\zeta^3}.\cos^3\psi\,.(3\sin^2\psi - 1) \quad (72)$$

und

$$Z = \frac{3M}{\zeta^3}.\sin\psi\cos^4\psi. \quad (73)$$

Eine besondere Ableitung der beiden Formeln (69) und (70) ist nicht erforderlich. Aus Fig. 13 ist nämlich leicht ersichtlich, dass für einen gegebenen Beobachtungspunkt, also für gegebene Werthe von c und φ, die Werthe von H und G identisch gleich gross sein müssen, ebenso dass Z gleich gross mit F wird. Setzt mán in (58) und (64)

$$\psi = 90 - \varphi, \quad (74)$$

so erhält man obige Formeln (69) und (70).

Discussion der Formeln (72) und (73).

1) Mit Rücksicht auf X.

Nähert man sich der Magnetstange von Süden her längs des Meridians, so ist X anfangs positiv und wächst (Fig. 14). Einen Maximalwerth, nämlich

(75) . . . . $X_{max} = 0{,}2 \cdot \frac{M}{\zeta^3}$ (ungefähr),

erhält man für

$$sin\ \psi = \sqrt{\tfrac{3}{5}},$$

d. h. für $\psi = 50^\circ\,16'$. Hierauf nimmt X ab und wird Null für

$$sin\ \psi = \sqrt{\tfrac{1}{3}},$$

d. h. für $\psi = 35^\circ\,16'$. Für die Werthe $\psi < 35^\circ\,16'$ wird X negativ, und erhält dabei seinen numerisch grössten Werth für $\psi = 0$, d. h. im Punkte A' gerade über dem Stangenmittelpunkte, wo man erhält:

$$-\frac{M}{\zeta^3}.$$

Auf der Nordseite von A' kommen für gleiche Abstände von diesem Punkte identisch dieselben Werthe von X vor wie auf der Südseite, weshalb die Curve, welche diese Werthe von X darstellen würde, auf beiden Seiten von A' vollkommen symmetrisch sein müsste.

2) Mit Rücksicht auf Z.

Südlich von der Magnetstange ist Z positiv und wächst, je näher man der Stange kommt (Fig. 15). Die Kraft erhält den ungefähren Maximalwerth:

$$0{,}86\,\frac{M}{\zeta^3}$$

für

$$tang\ \psi = \frac{1}{2},$$

d. h. für $\psi = 26^\circ\ 34'$ oder in einem Horizontalabstande $= \frac{1}{2}\zeta$ von A' gerechnet. Für $\psi = 0$ wird $Z = 0$, also im Punkte A', worauf Z nördlich von A' dieselben Veränderungen erleidet, wie vorher südlich von diesem Punkte, aber mit dem

Unterschiede, dass hier negative Werthe jenen positiven entsprechen. Macht man Deviationsmessungen mit dem Magnete längs des Meridianes und setzt man in die Formel $(X+H)$ $sin\,\alpha = H\,.\,sin\,\alpha_0$ den oben gegebenen Werth von X, so ersieht man nach dem Vorigen leicht,

dass in gleichen Abständen von A' zwei gleich grosse Minimalwerthe von α, entsprechend X_{max}, erhalten werden müssen;

dass in einem kürzeren Abstande von A', aber ebenfalls nördlich und südlich von diesem Punkte, eine Neutrallinie, $X=0$ entsprechend, verlaufen muss; und

dass im Punkte A' ein Maximalwerth von α, entsprechend X_{min}, zu finden ist, vorausgesetzt, dass man, numerisch genommen, $X_{min} < H$ hat. Wäre hingegen numerisch $X_{min} = H$, so muss in A' ein Indifferenzpunkt erhalten werden. Und wäre $X_{min} > H$, so erhielte man irgendwo, aber in gleichem Abstande von A', Indifferenzpunkte und in A' einen Maximalwinkel von α. Würde X_{min} numerisch $> 2\,H$, so hätten wir ausser den schon erwähnten Neutrallinien zwei weitere zu finden u. s. w.

Der wesentlichste Unterschied zwischen den in diesem Falle vorkommenden Erscheinungen und denen bei der vertical gestellten Magnetstange ist also, dass dort mindestens zwei Neutrallinien gefunden werden müssen, während hier gewöhnlich nur eine. Während bei der Verticalstange auf dem Meridiane drei Neutralpunkte möglich sind, hat man bei der horizontalen unter entsprechenden Umständen nicht weniger als vier.

Macht man Deviationsversuche mit dem Eisenstabe, so kann die Formel

$$(76) \quad \ldots \quad \frac{Z}{H\,tang\,I} = \frac{sin\,v\,.\,sin\,\alpha_0}{sin\,\alpha\,.\,sin\,v_0} = 1$$

benutzt werden. Nach dieser Gleichung findet man, verglichen mit (73) unmittelbar, dass für

$$(77) \quad \ldots \quad \psi \gtreqless 0, \text{ d. h. für } Z \gtreqless 0,$$

man erhält

$$\frac{sin\,v}{sin\,\alpha} \gtreqless \frac{sin\,v_0}{sin\,\alpha_0}.$$

Wäre das Instrument so eingerichtet, dass $v_0 = \alpha_0$, so würde man ganz einfach finden:

(78) . . . . . $sin\, v \gtreqless sin\, \alpha,$

je nachdem $\psi \gtreqless 0$, oder $Z \gtreqless 0$ wäre.

Aber $Z < 0$ ist gleichzeitig mit Südpolanziehung, die sich im gegenwärtigen Falle auf dem ganzen Wege längs des Meridians nördlich von A' zeigen muss. Dies charakterisirt sich dadurch, dass $sin\, v < sin\, \alpha$, oder kurz dadurch, dass $v < \alpha$, was also rücksichtlich unserer Horizontaleinwirkung der Magnetstange auf die Compassnadel ein sehr einfaches und bequemes Kennzeichen ist.

Verzeichnet man die mit dem Eisenstabe angestellten Deviationsmessungen, so müssen die dabei erhaltenen isoclinischen Curven irgendwo eine neutrale isoclinische Curve angeben, d. h. denselben Ausschlag an der Inclinationsnadel hervorrufen wie auf eisenfreiem Terrain. An dem Punkte, wo diese Linie den magnetischen Meridian schneidet, haben wir also:

(79) . . . . . $\frac{V+Z}{H+X} = \frac{V}{H},$

oder

(80) . . . . . $\frac{Z}{X} = \frac{V}{H} = tang\, I.$

Setzt man hier die Werthe von X und Z aus (69) und (70) ein, so erhält man

(81) . . . $3\, sin\, \psi\, .\, cos\, \psi = (3\, sin^2 \psi - 1)\, tang\, I,$

oder

$$3\, sin\, 2\, \psi = (1 - 3\, cos\, 2\, \psi)\, tang\, I,$$

und hieraus folgt

(82) . $cos\, 2\, \psi = \frac{1}{3} cos^2 I\, (tang^2 I + \sqrt{9 + 8\, tang^2 I}).$

Unter Annahme von $I = 71^0$ für Mittelschweden erhält man daraus

$$\psi_0 = 37^0\ 15',$$

und hieraus ersieht man, dass diese Neutrallinie hier etwas südlich von der südlichsten Neutrallinie liegt, die man mittelst des Magnetes erhält. Um die Tiefe der horizontalen Magnetstange unter der Horizontalebene zu finden, in welcher die Messungen erfolgten, kann man entweder den Minimalpunkt für α anwenden, welcher ergiebt:

(83) . . . . . $\zeta = 2\,x'$,

wenn x' gleich dem Abstande von diesem Minimalpunkte bis A' ist, oder auch, wenn x_0 den Abstand zwischen A' und der neutralen Inclinationslinie bezeichnet, die Formel

(84) . . . . . $\zeta = x_0\, cotang\, \psi_0$,

wo ψ_0 den aus (82) eben gefundenen Werth $37^\circ\,15'$ besitzt.

Aus (83) und (84) folgt, dass x' ungefähr $= \frac{2}{3}\,x_0$, welche Relation sich bei den Messungen als Controle anwenden lässt.

Anmerkung. Will man, wenn es sich um eine senkrecht stehende oder eine horizontal liegende Magnetstange handelt, Grösse und Richtung der Resultante wissen, welche im magnetischen Meridiane auf den Nordpol der Inclinationsnadel einwirkt und ausschliesslich von der Magnetstange herrührt, so hat man auf gewöhnliche Weise die beiden Kräfte F und G in jenem, aber X und Z in diesem Falle zusammen zu setzen.

Die Grösse der Resultante wird dann in beiden Fällen angegeben durch

(85) . . . . . $R = \frac{M}{c^3}\sqrt{1 + 3\,cos^2\varphi}$,

oder, was dasselbe, durch

(86) . . . . . $R = \frac{M}{c^3}\sqrt{1 + 3\,sin^2\psi}$.

Die Richtung der Resultante erhält man nach der bekannten, von Gauss aufgestellten Regel. Wenn man nämlich die Gerade c in drei gleiche Theile zerschneidet und von dem der Magnetstange zunächst gelegenen Theilpunkte eine Gerade rechtwinklig auf c zieht, so ist die Resultante gegen den Schnittpunkt K zwischen dieser Geraden und der Verlängerung der Magnetstange gerichtet.

Kennt man dies, so kann man z. B. die Formeln für eine in der magnetischen Meridianebene gelegene Magnetstange, die

mit ihrem Obertheile gegen die Verticallinie gegen Süden einen Winkel λ bildet, ableiten. Die beiden von der Magnetstange herrührenden Componenten X' und Z', jene längs des Meridians und diese längs der Verticallinie wären dann

$$(87)\quad \begin{cases} X' = \dfrac{R}{\sqrt{1+3\cos^2\varphi}}.[(3\cos^2\varphi - 1)\sin\lambda + 3\sin\varphi\cos\varphi\cos\lambda], \\ Z' = \dfrac{R}{\sqrt{1+3\cos^2\varphi}}.[(3\cos^2\varphi - 1)\cos\lambda - 3\sin\varphi\cos\varphi\sin\lambda], \end{cases}$$

welche Formeln hier nur anzuführen genügen dürfte.

III. Experimental-Bestimmungen.

§ 1. Den Magnet bildete eine kreisrunde Stahlstange.

Zur Controle der vorstehend aufgestellten Formeln sollen hier einige Intensitäts- und Declinationsmessungen angeführt werden.

Das Messinstrument war auf einem Brette aufgestellt, welches rund um einen festen und mitten über der lothrecht hängenden Magnetstange gelegenen Punkte gedreht werden konnte. So war es möglich, Messungen längs der Peripherien mehrerer um die Verlängerung der Magnetstange concentrisch gezogener Kreise anzustellen. Die angestellten Beobachtungen beziehen sich auf drei Kreise, von denen der innere und äussere ungefähr demselben Werthe von F entsprach, während der dazwischen liegende dem Maximalwerthe von F angehörte. Die Messungen erfolgten bei jedem 20. Grade der Peripherie; sie umfassten sowohl den Winkel zwischen der freien Compassnadel und dem Kreisradius, woraus der Declinationswinkel δ für jeden Beobachtungspunkt bestimmbar war, als auch den Deviationswinkel α, wenn der Magnet an seinen Platz auf der Schiene gelegt war. Da hierbei dieselben Winkelwerthe für eine gegebene Peripherie zu beiden Seiten des Meridianes erhalten werden dürften, so führe ich der Kürze wegen nur die Mittelwerthe der beiden Seiten entsprechenden Punkte an. Ebenso begnüge ich mich mit der Angabe der aus den beobachteten Winkeln β und $\beta - \delta$ berechneten Werthe von δ, indem mit β das Supplement des Winkels zwischen dem verlängerten Radius und der nördlichen Meridianrichtung und mit $\beta - \delta$ der Winkel

zwischen dem Meridiane und der Compassnadel verstanden wird, wenn auf letztere der Erdmagnetismus und die Magnetstange einwirken.

Die folgenden Messungen sind von dem Cand. Kahlmeter im physikalischen Cabinete der Universität Upsalá ausgeführt. Bei den Deviationsbeobachtungen wurde die Sinusmethode angewendet.

Tabelle I.

Beobachtungs-punkt.		Radius r_1		Radius r_2		Radius r_3	
No.	β	δ	α	δ	α	δ	α
10	180°	0,0°	71,2°	0,0°	*)	0,0°	77,15°
9	160°	11,1°	64,0°	17,6°	*)	12,0°	66,7°
8	140°	18,2°	52,4°	27,75°	59,15°	19,6°	53,8°
7	120°	21,2°	42,7°	30,15°	43,2°	22,6°	43,0°
6	100°	21,0°	36,35°	27,95°	35,2°	22,1°	36,4°
5	80°	19,1°	31,85°	24,0°	29,8°	19,5°	31,65°
4	60°	14,85°	28,9°	18,7°	26,7°	—	28,65°
3	40°	10,0°	26,95°	12,85°	24,9°	11,0°	27,05°
2	20°	5,3°	26,15°	6,45°	23,65°	5,9°	25,85°
1	0°	0,0°	25.7°	0,0°	23,35°	0,0°	25,75°

*) An diesem Punkte konnten keine Deviationsbeobachtungen angestellt werden.

Mittelst der für die Punkte No. 8—5 erhaltenen Werthe für δ kann der Abstand AC oder x nach (4) für jede besondere Peripherie berechnet werden. Directe Messung hatte ergeben:

$r_1 = 11{,}3$ Centim., $r_2 = 28{,}3$ und $r_3 = 42{,}7$ Centim.

Die Rechnung liefert:

No.	x_1	x_2	x_3
8	30,75 Centim.	56,25 Centim.	109,79 Centim.
7	30,88 „	56,35 „	110,19 „
6	30,95 „	56,44 „	113,56 „
5	30,17 „	57,70 „	111,34 „
Mittel	30,69 „	56,93 „	111,22 „

Diese Werthe stimmen ziemlich genau mit den direct gemessenen:

$x_1 = 30{,}40$ Centim., $x_2 = 59{,}10$ Centim. und $x_3 = 112{,}50$ Centim.

Dasselbe Resultat erreicht man noch schneller nach der Gleichung (25), sofern es sich um den innern und den äussern Kreis handelt; für den mittleren, wo sich α_2 nicht bestimmen liess, ist die Methode nicht anwendbar.

Man erhält da

$x_1 = 30{,}41$ Centim. und $x_3 = 111{,}42$ Centim.

Berechnet man mittelst obiger Mittelwerthe die Grösse $\frac{x}{r}$, so erhält man:

Methode.	$\frac{x_1}{r_1}$	$\frac{x_2}{r_2}$	$\frac{x_3}{r_3}$
I.	2,716	2,012	2,605
II.	2,691	—	2,608

Da man für alle drei Kreise findet, dass $\frac{x}{r} > 1$, so muss der Punkt b in jedem Falle ausserhalb der Peripherie liegen. Denselben Werth von $\frac{x}{r}$ erhält man mindestens ungefähr für den inneren Kreis wie für den äusseren, und demzufolge müssen nach (1) die beiden Kräfte F für diese Peripherien unter einander ungefähr gleich gross sein. Aus derselben Ursache muss fast derselbe Deviationswinkel α für gleich grosse Werthe von β auf beiden Kreisen erhalten werden, was, wie die Tabelle zeigt, wirklich der Fall ist. Der Werth $\frac{x}{r}$ erscheint für den mittleren Kreis kleiner wie für die beiden anderen, woraus folgt, dass F dieses Kreises unter diesen drei Kräften am grössten ist.

Nachdem $\frac{H}{F}$ so bekannt geworden, ebenso der neutrale Winkel, dessen Werth zu 36,7° gefunden, könnte man der Controle wegen mittelst (2) und (6) δ und α für die verschiedenen Beobachtungspunkte jeder Peripherie berechnen und die Resul-

tate mit den Messungen selbst vergleichen, aber ich unterlasse dies als für jetzt unnöthig. Dagegen kann es von Interesse sein, die Formel (10) zu controliren.

Durch Anwendung der für α in den Punkten No. 1 und 10 beobachteten Werthe berechnet man folgende Werthe des neutralen Winkels α_0.

Kreis	α_0 berechnet	α_0 beobachtet
innerer	36,5°	36,7°
äusserer	36,9°	
Mittel	36,7°	

Berechnet man den Werth von $\frac{sin\ \alpha_0}{sin\ \alpha_{min}}$, wenn wir als α_{min} für den mittleren Kreis α_1 ansehen, welcher Winkel nach besonderer Untersuchung sich als Minimalwinkel erwies, so findet man dieses Verhältniss zu 1,51. Hieraus folgt nach (8), dass H ungefähr $= 2\ F_{max}$, wie wir oben schon fanden und weiter aus Fig. 16 finden, da $A\ C_2$ daselbst etwas grösser ist als der Kreisdurchmesser. Aus diesem Verhalten zwischen H und F_{max} ersieht man, dass die Magnetstange so tief unter der durch die Compassnadel gehenden Horizontalebene lag, dass nirgends auf dem Meridiane eine Umstellung der Nadellrichtung erfolgen kann, was auch Tab. I bestätigt. Auch ist hiernach klar, dass den Declinationscurven Indifferenzpunkte abgehen müssen, ebenso dass die Neutrallinie durch den Punkt A gehen muss, d. h. mitten über die Magnetstange.

Wenn man die isogonischen und die isodynamischen Curven über einander auf demselben Papier construirt, und wenn man die beiden auf einer gegebenen Seite vom Meridiane gelegenen Schnittpunkte, wo eine gegebene isogonische Linie eine isodynamische schneidet, durch eine Gerade verbindet, so findet man, dass diese Linie, ausgezogen, durch den Punkt A geht.

Was die Tiefe der Magnetstange unter der Messungsebene betrifft, so würde diese 56,6 Centim. sein, nachdem der Abstand zwischen A und dem Beobachtungspunkte für α_{min} bereits zu 28,3 Centim. angegeben worden. Die direct gemessene Tiefe betrug 55,7 Centim., was die Theorie auch in diesem Falle bekräftigt.

Schliesslich sei noch erwähnt, dass die Compassnadel beim Fortbewegen längs eines jeden Kreisumfanges stets ihren Nordpol gegen ein und denselben, für jede Peripherie gegebenen Punkt C wendet.

Soweit es sich um eine verticale Magnetstange handelt, dürften vorstehend die wichtigsten Sätze experimental bewiesen sein.

§ 2. Den Magnet bildete eine magnetisirte Stahlscheibe.

Die nächste durch Versuche zu beantwortende Frage von Interesse ist die, inwiefern die nun gefundenen Regeln sich anwenden lassen, wenn man sich anstatt einer cylindrischen Magnetstange einer magnetisirten Stahlscheibe bedient. Bei der Benutzung einer solchen Scheibe von 2 Fuss Höhe und 1 Fuss Breite habe ich gefunden, dass die Curven um dieselbe vollkommen damit übereinstimmen, was ich vorher erhielt, als cylindrische Stangen benutzt wurden. Um dies weiter zu controliren, habe ich dann zwei solche Scheiben neben einander gestellt, so dass ihre zusammengelegte Fläche ein Quadrat bildete; in nachstehender Tabelle theile ich die dabei von mir nach der Sinusmethode gefundenen Winkelwerthe mit. Um auch zu erfahren, wie weit eine Verschiedenheit im Resultate entstände, wenn die Scheibenebene unter Beibehalten der Verticallage mit der Meridianebene verschiedene Winkel bildete, stellte ich sie einmal winkelrecht zu dieser Ebene und drehte sie das andere Mal um 45°, so dass die Scheibe ihre Richtung von O nach W in eine solche von SW nach NO umänderte. Bei den Messungen betrug die Fläche eines jeden Quadrats 0,25 Quadratmeter und die Seite des Quadrats also 0,5 Meter.

Tabelle II. Verticalebene der Scheibe in O und W.

	$y = 1$		$y = 2$		$y = 3$		$y = 4$		$y = 5$	
x	α	δ	α	δ	α	δ	α	δ	α	δ
5	42° 4′	4,0°	45° 4′	3,5°	46° 46′	0,0°	44° 13′	3,2°	39° 54′	2,7°
4	44° 40′	9,7°	54° 51′	10,0°	68° 24′	0,5°	54° 25′	11,2°	42° 47′	10,0°
3	42° 3′	17,8°	54° 46′	26,0°	$\alpha > 90$	„	55° 57′	27,2°	41° 11′	19,1°
2	35° 53′	19,3°	32° 39′	24,3°	36° 18′	1,7°	32° 27′	25,6°	33° 25′	21,9°
1	30° 15′	12,3°	25° 35′	11,9°	23° 39′	1,1°	25° 8′	13,9°	29° 46′	15,0°
0	31° 8′	6,3°	27° 52′	4,5°	26° 5′	1,9°	27° 0′	7,5°	30° 19′	7,8°

$$\left.\begin{matrix} x = 0{,}6 \\ y = 3 \end{matrix}\right\} \alpha = 23^0\,48';$$

$$\left.\begin{matrix} x = 0{,}8 \\ y = 3 \end{matrix}\right\} \alpha = 23^0\,32' \text{ (min.)};$$

$$\left.\begin{matrix} x = 2{,}6 \\ y = 3 \end{matrix}\right\} \alpha = 80^0\,6'.$$

Tabelle III. Verticalebene der Scheibe zwischen SW und NO.

	$y = 1$		$y = 2$		$y = 3$		$y = 4$		$y = 5$	
x	α	δ	α	δ	α	δ	α	δ	α	δ
5	41° 52′	3,9°	45° 12′	3,7°	47° 2′	0,0°	44° 58′	3,4°	40° 3′	2,9°
4	44° 18′	9,6°	54° 35′	10,5°	69° 38′	0,0°	54° 47′	11,9°	42° 38′	10,4°
3	42° 2′	17,2°	53° 49′	26,4°	„	„	52° 35′	28,2°	40° 20′	19,1°
2	34° 44′	19,7°	33° 34′	25,5°	37° 3′	2,6°	31° 44′	26,1°	33° 21′	21,4°
1	30° 33′	13,2°	25° 35′	12,6°	23° 41′	2,6°	25° 23′	15,1°	30° 12′	15,0°
0	30° 54′	6,7°	27° 34′	4,7°	25° 57′	2,5°	27° 10′	8,3°	30° 33′	8,0°

$$\left.\begin{matrix} x = 0{,}6 \\ y = 3 \end{matrix}\right\} \alpha = 23^0\,52'; \quad \left.\begin{matrix} x = 0{,}8 \\ y = 3 \end{matrix}\right\} \alpha = 23^0\,38' \text{ (min.)}.$$

Vergleicht man die Tab. II und III und die Fig. 17 u. 18 mit einander, so findet man in der einen ungefähr dieselben Winkelwerthe, wie an den entsprechenden Stellen der anderen. Eine besonders grosse Veränderung kommt also durch die Scheibendrehung um die Verticalaxe nicht vor. An den construirten Curven indessen sieht man, dass im letzteren Falle eine Drehung der Curven in derselben Richtung erfolgte, wie man die Scheibe drehte, weshalb die Figur zu beiden Seiten des Meridians keine vollkommen symmetrische Form aufweist.

Doch ist zu bemerken, dass schon bei der Scheibenstellung zwischen O und W zu beiden Seiten des Meridians keine vollständige Symmetrie existirt, was wahrscheinlich in einer ungleichen Magnetisirung der Scheiben beruht (s. Fig. 17).

Die Südpollage der Scheibe kann im ersten Falle auf gleiche Weise bestimmt werden, wie bei der Stange. Man findet nämlich aus dem nach Tab. II auf dem Meridiane beobachteten Winkel $\alpha = 68^0\,24'$, dass der entsprechende Winkel α südlich von A nach (9) $26^0\,8'$ wird, während die Beobach-

achtungen $26^{0}\,5'$ angeben. Dies beweist also, dass sich der Südpol im Punkte $x = 2{,}0$, $y = 3{,}0$ befand, wie es in der That war.

Berechnet man den Werth von $2\,sin\,\alpha_{min}$, wenn $\alpha_{min} = 23^{0}\,32'$ ist, so erhält man ziemlich genau 0,8, während $sin\,\alpha_{0}$ ungefähr $= 0{,}6$ ist. Hieraus folgt nach (31 bis), dass $H > F_{max}$, mithin kann auf dem Meridiane kein Indifferenzpunkt zu finden sein. Ferner sieht man, dass in diesem Falle der Schnittpunkt der Neutrallinie mit dem Meridiane die Lage des Punktes A bezeichnet, ebenso dass die Combination von δ_{max} und α_{min} zur Bestimmung desselben Punktes A führen muss, endlich auch, dass A durch die Gerade getroffen werden muss, welche die beiden Schnittpunkte zwischen einer isodynamischen und einer isogonischen Curve verbindet, wie man diese Linie auch wählen mag. Was wiederum die Tiefe betrifft, in welcher sich der Mittelpunkt der Stahlscheiben unter der durch die Compassnadel gehenden Horizontalen befand, so findet man dieselbe nach (58) und mit Benutzung des Horizontalabstandes des Minimalpunktes längs des Meridians von der Verlängerung der Magnetstange zu $z = 2.0{,}6$ Meter $= 1{,}20$ Meter, während die directe Messung $z = 1{,}19$ Meter ergab. Auch in dieser Beziehung lassen sich also die für eine Stange gefundenen Formeln auf Scheiben ausdehnen, sogar wenn deren Form quadratisch ist. Die angestellten Messungen zeigen ausserdem, dass diese Formeln sich ununterbrochen anwenden lassen, auch wenn die Scheibe einen Winkel bis zu 45^{0} mit der Meridianebene bildet; es ist wahrscheinlich, dass dieser Werth noch überschritten werden kann.

Dasselbe Tiefenresultat erhält man auch, wenn man die Scheibe um eine zur Meridianebene winkelrechte Axe etwas schwenkt. Bei den folgenden, unmittelbar hinter einander gemachten Messungen, bei denen das Instrument bei jeder Lage unverrückt auf seinem Platze stehen blieb, hatte die Scheibe einmal eine Verticallage zwischen Ost und West, das andere Mal wurde sie geschwenkt, so dass ihre magnetische Axe ungefähr mit der Richtung der Inclinationsnadel zusammenfiel. Die Deviationswinkel längs des Meridians enthält nachstehende Tabelle, worin α der lothrechten und α' der geneigten Lage entspricht. Der Scheibenmittelpunkt befand sich lothrecht unter $x = 1{,}0$ Meter.

x	α	α'
Meter		
1,0	37° 50′ (Neutrall.)	52° 10′
0,9	32° 13′	41° 44′
0,8	28° 32′	35° 1′ (Neutrall.)
0,7	25° 59′	30° 45′
0,6	24° 30′	27° 45′
0,5	23° 51′	26° 3′
0,4	23° 46′ (min.)	25° 38′
0,3	23° 58′	24° 58′
0,2	24° 33′	24° 52′ (min.)
0,1	25° 6′	25° 12′
0,0	26° 6′	25° 54′

Durch obige Schwenkung der Scheibe werden also die Neutrallinie und der Minimalpunkt weiter südlich gerückt, als bei ganz verticaler Lage.

Rücksichtlich der Tiefenbestimmung der Scheibe sei bemerkt, dass die in (58) angegebene Regel, wenn wir uns derselben bedienen dürfen, keine zu kleine Tiefe des Scheibencentrums angiebt, sondern dass dieselbe im Gegentheil hier gleich gross wird, wie vorher. Der Abstand zwischen α_{min} und der durch die Scheibenmitte gehenden Verticallinie war nach der Tabelle 0,6 Meter. Die Tiefe sollte also 1,20 Meter sein, ward aber bei der jetzigen Anordnung ungefähr 1,18 Meter befunden. Auf gleiche Weise erhielt man α'_{min} im Abstande von 0,6 Meter von seiner Neutrallinie, weshalb die Tiefe daselbst gleich gross berechnet wird, wie bei der Verticallage.

Dagegen entnimmt man dem letzten Versuche, dass die Neutrallinie, welche bei verticaler Lage der Scheibe niemals südlich von dem gerade über dem Magnetcentrum in der Horizontalebene gelegenen Punkte sich befinden kann, bei schiefer Scheibenlage wirklich südlich von diesem Punkte versetzt werden kann. Diese Thatsache ist um so bedeutungsvoller, als dieselbe in der Natur oft ihren entsprechenden Fall haben dürfte. Mit Bezug hierauf würde also auf dem Erzfelde unter den gemachten Voraussetzungen die meiste Erzmasse nicht gerade unter der Neutrallinie, sondern unmittelbar nördlich von derselben zu finden sein.

Da dieser Fall gerade mit Rücksicht auf die praktische

Anwendung von besonderem Gewichte ist, so dürfte derselbe eine nähere Untersuchung verdienen. Um bei der Neigung der Magnetscheibe zu finden, in welchem Abstande von der durch das Scheibencentrum gehenden Verticallinie die hierher gehörige Neutrallinie verlaufen muss, haben wir in (87) $X' = 0$ zu setzen. Dieses bedeutet dann, dass

$$(3\,cos\,^2\varphi - 1)\,sin\,\lambda + 3\,sin\,\varphi\,cos\,\varphi\,cos\,\lambda = 0$$

oder, wenn $2\,\varphi$ eingesetzt wird, dass

$$(1 + 3\,cos\,2\,\varphi)\,tang\,\lambda + 3\,sin\,2\,\varphi = 0$$

ist, und diese Gleichung zeigt, dass φ hier negativ sein muss, d. h. dass der Beobachtungspunkt im Winkel zwischen der verlängerten Magnetaxe und der durch das Magnetcentrum gehenden Verticallinie liegt. Setzt man für φ danach $-\varphi$ ein, so erhält man

$$(1 + 3\,cos\,2\,\varphi)\,tang\,\lambda = 3\,sin\,2\,\varphi,$$

und weiter

$$cos\,2\,\varphi = \frac{1}{3}\,cos\,^2\lambda\,(-\,tang\,^2\lambda + \sqrt{9 + 8\,tang\,^2\lambda}).$$

Nimmt man hier, dem oben Gesagten entsprechend, $\lambda = 20^0$, so erhält man $2\,\varphi = 26^0\,32'\,40''$, also $\varphi = 13^0\,16'\,20''$. Der Winkel zwischen den früher besprochenen Verticalen durch das Centrum und der Verbindungslinie zwischen dem Centrum und der Neutrallinie würde also $6^0\,43'\,40''$ betragen, und der Horizontalabstand der Neutrallinie vom Punkte A

$$= 1{,}18\text{ Meter }tang\,6^0\,43'\,40'' = 0{,}139\text{ Meter}$$

(nach Süden gerechnet), was auch mit den Deviationsmessungen übereinstimmt. Der gerade über dem Südpole gelegene Punkt befindet sich in diesem Falle in einem Horizontalabstande von 0,102 Meter von A; hieraus ersieht man, dass die Neutrallinie auch etwas südlich von diesem Punkte liegt.

IV. Anwendungen der Theorie bei magnetischen Messungen auf Eisenerzfeldern.

Wie die vorstehenden Versuche darthun, besitzen die in Abtheilung II gegebenen Formeln ihre vollständige Anwendbarkeit, wenn es sich um eine verticale cylindrische Magnetstange

handelt, und sie können auch bei vertical gestellten magnetischen Stahlscheiben benutzt werden. Dieselben Formeln müssen also mindestens annähernd richtige Resultate bei Untersuchungen der magnetischen Eisenerze liefern, die eine verticale Lage besitzen. Die Schlussfolgerungen über Lage, Tiefe etc. der Erze, die man mit Hülfe der gegebenen Sätze ziehen kann, glaube ich hier an einer Stelle zusammenfassen zu müssen, wiewohl ich dabei von Neuem genöthigt bin, Manches, was früher vielleicht schon zu weitläufig angeführt worden, zu wiederholen. Es geschieht dies für diejenigen, welche die fraglichen Abschnitte vielleicht nicht vollständig durchgehen können.

Zuvor aber mag die rücksichtlich der erforderlichen Messungen wichtige Bemerkung vorausgehen, dass diese Messungen, was deren Anzahl und die Beobachtungspunkte betrifft, wesentlich davon abhängen, was der Beobachter von dem Erzfelde bereits weiss und was er ferner zu wissen wünscht. So habe ich hier unten zur Bestimmung der Südpollage des Erzes mehrere Methoden angegeben, von denen der Beobachter die ihm passende anwenden mag, bei denen aber mehr oder weniger Beobachtungen je nach der Beschaffenheit der Methode erforderlich sind. Immer aber muss man die Lage des Meridianes mit gehöriger Sorgfalt bestimmen. Kennt der Beobachter den Verlauf des Meridianes oder einen anderen zweckentsprechenden Umstand im Voraus, so kann die Beobachtungsanzahl natürlich bedeutend eingeschränkt werden. Und als allgemeine Regel muss gelten, dass der Beobachter selbst in jedem einzelnen Falle zu bestimmen hat, wie umfassend sein Beobachtungsnetz zu wählen ist. Je weniger er im Voraus weiss und je mehr er von seinem Erzfelde zu wissen wünscht, um so vollständiger und zahlreicher müssen natürlich die Beobachtungen werden. Im Uebrigen habe ich nicht zu entscheiden, wieweit die rein geometrischen Kenntnisse allein hierbei genügen können, und in welcher Hinsicht sie durch magnetische Messungen zu vervollständigen sind. Auch die Frage übergehe ich, wo der Förderschacht am vortheilhaftesten anzulegen ist, weil dabei viele Umstände rein bergtechnischer Natur zu berücksichtigen sind. Unsere erste Aufgabe also ist einzig und allein die, mittelst der magnetischen Messungen zu bestimmen, wo der obere Erzpol sich befindet.

§ 1. Grössebestimmung des neutralen Winkels.

Da es bisweilen recht schwer sein kann, zu wissen, wo in der Nähe eines Erzfeldes, oder richtiger, in welchem Abstande von demselben man sich frei von der Erzeinwirkung auf das magnetische Instrument halten kann, so dürften einige Worte über die Bestimmung der Grösse des neutralen Winkels nicht überflüssig sein. Die beste Antwort hierauf geben gewiss direct angestellte Messungen, die zuletzt immer ein und denselben Winkelwerth angeben würden, wo immer man den Beobachtungspunkt auch wählte, um den erhaltenen Winkel α als neutralen Winkel ansehen zu können. Oft kommt es nun aber vor, dass das ganze Terrain um das Grubenfeld mit Erzen eingesprengt sein kann, und dann ist schwer zu entscheiden, welcher Beobachtungspunkt der passendste ist. Der eine Punkt giebt diesen Werth, der andere jenen, obgleich der Abstand vom Grubenfelde in beiden Fällen ein grosser ist. Die Variationen in diesen Winkelwerthen folgen dann gewöhnlich keinem bestimmten Gesetze, sondern sie springen von einem relativ kleinen Werthe plötzlich auf einen relativ grossen. Hätte man magnetische Karten vom ganzen Lande, so würden sie in diesem Falle von grossem Nutzen sein; aber solche giebt es noch nicht. Wären die Werthe H und H' für zwei Orte auf erzlosem Terrain bekannt, ebenso der für den letzteren Ort beobachtete Winkel α_0', so könnte man den Winkel α_0 für den ersten Ort mit der Formel

$$H \,.\, sin\, \alpha_0 = H' \,.\, sin\, \alpha_0'$$

berechnen. Gegenwärtig kann man den neutralen Winkel auf dem Erzfelde selbst bestimmen, wenn man die Maximal- und Minimalwinkel α mit einander combinirt und nach (9) den neutralen Winkel berechnet.

§ 2. Lagebestimmung des Erzstockes.

Zu diesem Zwecke kann eine der folgenden Methoden benutzt werden.

1) Deviationsbeobachtungen mit dem Magnet allein.

Wenn es sich hèrausstellt, dass nach (32) $sin\, \alpha < 3\, sin\, \alpha_{min}$, so wird die Lage des Erzes angegeben durch den

Schnittpunkt zwischen dem Meridiane des Erzfeldes und der neutralen Linie.

b) In jedem Falle kann der gesuchte Pol gefunden werden durch den Mittelpunkt zwischen den beiden auf dem Meridiane gelegenen und derselben Peripherie angehörigen Beobachtungspunkten, die man symmetrische Punkte nennt und durch die Gleichung (9) bestimmt.

Kann man die Lage des magnetischen Meridianes im Erzfelde nur mit dem Grubencompass oder auf eine andere Weise zuverlässig bestimmen, so kann man die Lage des Erzstockes kennen lernen, wenn man irgendwo auf dem Meridiane an einem beliebig gewählten Punkte D den Winkel α misst, dann mittelst (9) die Grösse des Werthes α des symmetrischen Punktes berechnet, und schliesslich auf der anderen Seite von der ungefähr bekannten Lage des Erzpoles durch Deviationsmessungen den Punkt E aufsucht, welcher wirklich denselben Werth von α wie der berechnete angiebt. Mitten zwischen D und E befindet sich der über dem Erzpole gesuchte Punkt A (Fig. 1).

Die erste dieser beiden Methoden ist von vielen verschiedenen Beobachtern auf dem Erzfelde schon so oft controlirt worden, dass eine weitere Bekräftigung der Richtigkeit dieser Regel nicht erforderlich ist. Die andere Methode dagegen konnte aus Mangel an Beobachtungen nach der Sinusmethode auf dem Erzfelde noch nicht erwiesen werden.

2) Combination von Declinations- und Intensitätsmessungen.

a) Die Lage des Erzstockes wird angegeben durch den Schnittpunkt zwischen dem Meridiane und der verlängerten Geraden, welche die beiden Punkte verbindet, an denen sich eine isogonische und eine isodynamische Curve schneiden.

b) Dasselbe Resultat erreicht man durch Anwendung der beiden Punkte, wo einerseits α ein Minimum und δ ein Maximum ist. Beide Punkte liegen nämlich in gleichem Abstande von dem gesuchten Punkte A.

Damit diese Methoden das erwünschte Resultat liefern, ist unbedingt nöthig, dass sich kein Indifferenzpunkt vorfindet und

dass die isogonischen Curven zu beiden Seiten des Meridianes einander möglichst gleich sind. Erweisen beide Systeme unter sich Verschiedenheit, so kann doch das eine oft zu der fraglichen Bestimmung verwendet werden.

Eine vollkommene Controle dieser Regeln kann ich indessen vom Erzfelde nicht anführen. Meine in Garpenberg angestellten und publicirten Messungen können aber einige Aufklärung über die Anwendbarkeit dieser Regeln geben. Die auf der Ostseite vom Meridiane erhaltenen isogonischen Curven führen zu demselben Resultate, wie die Neutrallinie beim Aufsuchen des Punktes *A*.

3) Combination von Intensitäts- und Inclinationsbestimmungen.

Diese Methode setzt die Berechnung nach (36) und die Verzeichnung der eigenen Verticalkraft G oder G' des Erzes voraus, deren Maximum die Erzlage angiebt.

Hier muss die Sinusmethode angewendet werden, aber ich habe vom Erzfelde nur meine mit der Tangentenmethode ausgeführten Messungen anzuführen.

Von der Gleichheit der isodynamischen und isoclinischen Curven habe ich früher hinreichend gesprochen.

Aus dem über die Constructionsmethode vorher Gesagten ersieht man unmittelbar, dass die Lage des magnetischen Meridianes, die neutrale Linie, die Maximal- und Minimalpunkte und die Lage und Form der isodynamischen Linien bei Anwendung der Sinusmethode vollständig unabhängig von der Beschaffenheit des benutzten Instrumentes sein muss. Wenn also ein Erzfeld erst mit dem einen und dann unmittelbar darauf mit einem anderen Instrumente vollständig untersucht würde, so müssten die auf diese Messungen begründeten Karten im grossen Ganzen mit einander übereinstimmen, obgleich die verzeichneten Linien natürlich nicht gleich grossen Winkelwerthen entsprächen. Hieraus folgt dann auch, dass die Ungleichheit zwischen den zu verschiedenen Zeiten construirten magnetischen Karten für ein und dasselbe Erzfeld wirklich eine vorgekommene Veränderung in der Erzführung andeuten muss, vorausgesetzt natürlich, dass beide Messungen mit gleicher Genauigkeit stattfanden.

§ 3. Von der Tiefe des Erzcentrums unter der Erdoberfläche.

Handelt es sich um ein Erz, das in hohem Grade Magnetismus annehmen kann, so kann man auf mehrere Weisen erfahren, ob das Erzcentrum nahe der Erdoberfläche liegt oder nicht. (Wir nehmen also an, dass nach (54) nicht aus dem Grunde $F_{max} < H$ ist, weil M klein ist, sondern weil z gross ist.) Schon durch das Verhältniss zwischen dem neutralen Winkel und dem Minimalwinkel erhält man darüber eine erste Andeutung. Ist nämlich $\sin \alpha_0 < 3 \sin \alpha_{min}$, so ist das Erz als tief liegend anzusehen. Wir können also sagen, dass die Tiefe bedeutend ist, wenn die Regel vom Schneiden der Neutrallinie mit dem Meridiane sich bei der Bestimmung der Erzstocklage anwenden lässt. Eine andere Bestimmungsart der Erztiefe bietet die Stellung der freien Compassnadel beim Fortbewegen längs des Meridianes. Wendet die Nadel nirgends den Nordpol nach Süden, so ist dies ein Zeichen, dass der Abstand vom Erzcentrum gross ist; mithin kann ein Blick auf die isogonischen Curven zur Entscheidung dieser Frage genügen. Erfolgt die Umstellung der Nadelspitze im Minimalpunkte des Deviationswinkels selbst, so geht das Erz bis gegen die Oberfläche hinauf.

Wie gross der Abstand zwischen der Oberfläche und dem Erzcentrum, kann unter der Voraussetzung, dass das Erz wirklich tief liegt und eine verticale oder nahezu verticale Lage besitzt, und nicht allzu nahe andere Erzmassen sich befinden, auf eine der folgenden Arten bestimmt werden.

1) Nach (58) ist der Abstand von der Erdoberfläche zum Mittelpunkte des Erzes doppelt grösser als der Abstand längs des Meridianes zwischen dem Minimalpunkte des Deviationswinkels bei den Intensitätsmessungen und der schon bestimmten, durch das Erz gehenden Verticallinie.

2) Wenn man nach (62) den Horizontalabstand zwischen dem Punkte, in welchem der Verticalcomponent G der Erzmasse ein Maximum wird, und demjenigen derselben krummen Linien, für welchen $G = 0$ ist, misst, so ist die Tiefe zum Erzcentrum 0,7 dieses Abstandes.

Da aber Beobachtungsfehler, die Form der Erzmasse, auch naheliegende Erze hierbei einen grösseren Einfluss ausüben können, als bei der ersten Methode, so muss jener der Vorzug bleiben.

3) Wenn der Horizontalabstand längs des Meridianes zwischen den beiden Neutrallinien, die man bei den Deviationsmessungen mittelst Magnet und Eisenstab erhält, mit 4,5 multiplicirt wird, so giebt das Product an, wie tief unter der Oberfläche das Erzcentrum selbst liegt (68 bis.)

Die Zahl 4,5 gilt für das mittlere Schweden. Für nördlicher gelegene Gegenden berechnet man die Constante nach (67) und (68).

Auf mehreren magnetischen Karten über bearbeitete Gruben hatte ich Gelegenheit, die Tiefe des Erzcentrums zu bestimmen, und die dabei gefundenen Werthe schienen mit den directen Angaben, die ich darüber von den Gruben erhielt, wohl übereinzustimmen. Dennoch hat man mir gesagt, dass die oben unter 1) angeführte Regel für bearbeitete Gruben im Allgemeinen zu kleine Tiefen angeben soll. Bis auf Weiteres muss ich dies dahingestellt sein lassen. Wahr ist, dass die Abänderungen in der Natur mannigfach sein können, dass die verschiedene Form und Stellung des Erzes, seine Structur und das Vermögen, Magnetismus anzunehmen, also einander wesentlich ungleich sein können. Was mithin von cylindrischen Stangen und Scheiben von regelmässiger Form gilt, braucht sicherlich nicht mit Nothwendigkeit für alle in der Wirklichkeit möglichen Fälle des Erzvorkommens vollständig zu gelten. Andererseits aber sei bemerkt, dass die gegebene Regel, mit Auswahl angewendet, mindestens annähernd richtige Werthe der gesuchten Tiefe liefern und keine so abweichende Resultate geben dürfte, wie man behaupten wollte, besonders da Donlage, Neigung u. s. w. des Erzes nach angestellten Versuchen Fehler in ganz entgegengesetzter Richtung hervorzurufen scheinen. Mit der Zeit wird die Erfahrung wohl hierüber bestimmt entscheiden, wenn die Untersuchungen nur mit gehörigem Verstande und unparteiisch angestellt werden, so dass man sich einerseits nicht blind auf die unter bestimmten Voraussetzungen gegebene Regel verlässt und andererseits nicht übertriebene Hoffnungen auf den von den Grubenbesitzern seit Alters als fast unerschöpflich gehaltenen

Erzreichthum setzt. Die beste Controle wäre dabei unzweifelhaft, wenn man nach vollständigen und genauen magnetischen Messungen an einem kleinen, vereinzelten Erzneste dieses vollkommen abbauen liesse, um so zu erfahren, ob die auf obige Weise bestimmte Tiefe des Erzcentrums mit der Wirklichkeit übereinstimmt. Durch veröffentlichte Resultate von solchen Arbeiten könnten die sich dafür Interessirenden am besten beurtheilen, in welchem Grade den sorgfältig ausgeführten magnetischen Messungen und den davon abgeleiteten Schlüssen zu vertrauen ist.

Bei bearbeiteten Gruben mit vielen über einander liegenden Arbeitshorizonten und in verschiedenen Richtungen verlaufenden Arbeitspunkten kann man, wie wir unten in § 7 sehen werden, durch die Beobachtungen im Grubeninnern eine Bestätigung der an der Oberfläche ausgeführten Tiefenbestimmung erhalten. Finden sich Parallellager, die verhältnissmässig nahe bei einander verlaufen, so wird die Frage von der Tiefe unleugbar recht schwierig. Hievon einige Worte in dem Folgenden.

§ 4. Vom Erzstreichen.

Da sich gewöhnlich mehrere Erzlinsen in gegenseitiger Nähe vorfinden, welche alle ihre Längsaxen unter sich parallel haben, so folgt hieraus, dass die Neutrallinie, die über sie alle laufen wird, durch ihre Richtung über das Erzfeld die Richtung des Erzstreichens angeben muss. Ein aufmerksamer Beobachter wird deshalb durch die ungleiche Krümmung der Neutrallinie zu beiden Seiten des Meridianes auf nahe gelegene Erze hingewiesen. Dagegen scheint, so weit dies die Versuche mit den Stahlscheiben beurtheilen lassen, durch die ungleiche Richtung der Linsenlängsaxe, wenn es sich um ein einziges isolirtes Erzvorkommen handelt, vorausgesetzt aber, dass dasselbe zu beiden Seiten des Meridianes symmetrisch geformt ist, im Verlaufe der neutralen Curve nur eine unbedeutende Veränderung möglich zu sein.

Die sicherste Information über Lage und Streichen des Erzes, die man durch magnetische Messungen gewinnen kann, dürfte aus den Curven über den Verticalcomponenten des Erzmagnetismus zu erlangen sein, da diese krummen Linien zusammen eine Art topographischer Karte des Erzvorkommens zu bilden scheinen.

Was das Erzeinfallen anlangt, so dürfte sich dieses durch eine unsymmetrische Form der isodynamischen und isogonischen Curven zu beiden Seiten des Meridianes so zu erkennen geben, dass das Erz nämlich nach der Richtung hin einfällt, in welcher die Curven am weitesten von einander verzeichnet erscheinen. Etwas Sicheres wage ich in dieser Hinsicht aber nicht anzugeben, glaube jedoch, dass, wenn man die Bedeutung des verschiedenen Curvenausschens rücksichtlich der Abweichungen von der Normalform gehörig auszulegen versteht, man daraus wahrscheinlich unmittelbar auf das Streichen und Fallen des Erzes schliessen kann. Aus diesem Grunde empfehle ich den Bergingenieuren, auf dem Erzfelde selbst in dieser Hinsicht genaue Vergleiche anzustellen und die gewonnenen Resultate bekannt zu geben. Solche sorgfältige Beobachtungen werden leicht und sicher zum Ziele führen. Specielle Versuche können ebenfalls nützlich sein; dabei ist es aber wichtig, nur eine Sache allein zu untersuchen und ganz systematisch zu verfahren. Will man auf einmal viele Fragen beantworten, so erfährt man gewöhnlich nichts; die Antwort wird dann nämlich so complicirt, dass sie Niemand ganz zufriedenstellend deuten kann.

§ 5. Bestimmung der Lage von mehreren Lagerstätten.

In grösserem Abstande vom Erzmeridiane ist, wie schon angedeutet, die Richtung der Neutrallinie auch von der Form und Lage angrenzender Erzfunde abhängig. Es zeigt sich nämlich, wenn sich mehrere Erzvorkommnisse in demselben Felde finden, dass sich die Neutrallinie von dem einen Vorkommen zu dem anderen hinschlängelt, und dass sie so schon durch ihre Richtung über das Feld andeuten kann, ob sich daselbst neue Funde befinden oder nicht, auch, wo solche zu suchen sind.

Am sichersten aber wird die Lage solcher neuen Erzfunde durch die Maximal- und Minimalcurven und durch die magnetischen Meridiane angegeben, die man auf schon angegebene Weise bestimmt. Liegen diese Erzvorkommnisse längs nach einander, z. B. in ungefähr ostwestlicher Richtung, und in nicht zu kleinen Abständen, so werden ihre Meridiane untereinander vollkommen parallel. Liegen sie dagegen dicht hintereinander, so kann das mächtigere Erzlager auch bei den Messungen einwirken, die man in der Nähe der schwächeren anstellt, wo-

durch der Parallelismus aufgehoben wird; die einzelnen Meridiane strahlen dann von einem nördlich vom stärksten Südpole gelegenen Punkte aus. Die Bestimmung der Lage und besonders der Tiefe muss deshalb in einem so complicirten Falle unsicherer werden, als sonst; aber sie kann doch in jeder Beziehung als Leitschnur zur Beurtheilung der Fundbeschaffenheit dienen.

§ 6. Von der Lage der Parallellager.

Sind Parallellager vorhanden und liegen sie dicht neben einander, so ist die Bestimmung schwieriger. Da kann es nämlich leicht vorkommen, dass der Minimalpunkt des Deviationswinkels α, den das eine Parallellager haben würde, wenn es allein vorhanden wäre, ungefähr an die Stelle zu liegen kommt, an welcher der Maximalpunkt des anderen Parallellagers gelegen hätte, wenn auch dieses allein existirt hätte. Demzufolge müssen die beiden Erzlager hier ihre gegenseitigen Wirkungen aufheben und das Ganze wird sich dann wie ein einziger zusammenhängender Erzstock gestalten. Auch in diesem Falle findet man zwar einen für beide Lager geltenden gemeinsamen Meridian und bestimmte Maximal- und Minimalpunkte. Aber will man näher angeben, wohin sich die Parallellager erstrecken, so wird die Bestimmung des Verticalcomponenten G des Erzmagnetismus wiederum von grösstem Nutzen. Durch das Steigen und Sinken dieser Kraftgrösse kann man auf der Karte die Richtung der einzelnen Parallellager genau verzeichnen.

Kommt in demselben Erzfelde zunächst eine Reihe von nach einander, z. B. von O nach W streichender Lager vor und ausserdem ein oder mehrere parallel mit jenen in einigem Abstande davon, aber südlich, so verläuft die gewöhnlich offene Neutrallinie zwischen der nördlichen Lagergruppe, während in der südlicher gelegenen eine neue Neutrallinie auftritt, die in ihrer Form geschlossen ist und durch ihren nördlichen Theil die Maximalcurven der Südgruppe von den Curven der Minimalwinkel der ersteren Gruppe abtrennt.

Liegen die Erze wiederum hintereinander in einer einzigen Reihe und ziemlich in der Süd-Nord-Richtung, so erhält die Neutrallinie offenbar ein sehr complicirtes Aussehen.

Aus Vorstehendem ist zu entnehmen, dass die Lage der einzelnen Parallellager nach (36) mit jeder nöthigen Genauigkeit bestimmbar ist, dass aber die Tiefenbestimmung in manchen

Fällen ziemlich unsicher sein kann. Dennoch lässt sich die (IV. § 3, 1) gegebene Regel stets anwenden, wenn die Parallellager so nahe bei einander liegen, dass sie im Grossen und Ganzen als ein einziges Lager zu betrachten sind, oder wenn sie in so grossen Abständen auftreten, dass ein jedes seine Maximal- und Minimalwinkel deutlich angegeben besitzt. Für die dazwischen liegenden Fälle, in denen die Winkel der verschiedenen Parallellager in gewissem Grade mit einander vermischt sind, entsteht rücksichtlich der Tiefe des Erzcentrums Unsicherheit, und hat der Beobachter dann mit Vorsicht zu Werke zu gehen.

§ 7. Von den isodynamischen Flächen um eine verticale Magnetstange und deren Anwendung bei Messungen um oder in einer Erzmasse.

Wurden Intensitätsmessungen in Ebenen ausgeführt, die in verschiedenen Verticalabständen von dem nach oben gerichteten Südpole einer verticalen Magnetstange liegen, und wurden über diese Beobachtungen Karten gehörig ausgeführt, so erscheinen letztere in der Beziehung unter sich übereinstimmend, dass die Maximal- und Minimalcurven, auch die Neutrallinie sich in jeder Ebene wie gewöhnlich vorfinden, aber die Form dieser Curven verändert sich mit dem Abstande der verschiedenen Ebenen vom Mittelpunkte der Stange. Im Aussehen würden diese Curven sich verschieden gestalten, wenn man die Messungen in Ebenen anstellte, die nach einer oder der anderen Gegend gegen die Längenrichtung des Magnets bedeutend geneigt wären, und die Ungleichheit würde bei Messungen noch mehr hervortreten, die in verschiedenen durch den Magnet gehenden Verticalebenen erfolgten. Denkt man sich deshalb die Messungen rund um die fragliche Stange ausgeführt, aber nicht nur in einer Ebene, sondern in allen möglichen, in verschiedenen Abständen von einander gelegenen Horizontalebenen, verbände man dabei die Punkte, für die man gleich grosse Deviationswinkel erhielt, so würden auf diese Weise im Raum um die Stange Flächen entstehen, für deren sämmtliche Punkte die gleiche Intensität oder derselbe Ausschlagwinkel gilt. Anstatt dass wir bei Messungen in einer Ebene von Maximal-, Minimal- und Neutrallinien sprechen, erhalten wir hier Flächen von allen diesen Arten, die aber in der Form im Allgemeinen sehr com-

plicirt sind. Einleuchtend indess ist, dass jeder Horizontalschnitt in diesen Oberflächen die von der Ebene schon bekannten Curven liefern wird.

Fragt man zunächst nach der Form der um die vertical gestellte cylindrische Magnetstange befindlichen Fläche, für die der neutrale Winkel überall gelten würde, so ist die Antwort die, dass es zwei solche Flächen giebt. Die eine ist eine Horizontalfläche, die durch den Mittelpunkt des Magnets geht; die andere hat, wenn man sich nur an das Flächenaussehen in grossem Abstande vom Magnete hält, ebenfalls die Form einer Ebene, die vertical gestellt und zwischen O und W gerichtet ist. In der Nähe des Magnets hingegen ist diese Fläche mit zwei Buckeln oder Ausbiegungen versehen, von denen die obere, mitten vor dem Südpole gelegen, sich gegen Norden wendet, und die andere, mitten vor dem Nordpole des Magnets, gegen Süden. Ausserdem hat diese neutrale Fläche vier Stück ungefähr vertical gestellte Düten oder hohle Spitzen, von denen je zwei von dem oberen und niederen Theile eines jeden Buckels auslaufend mit ihren Spitzen längs der Magnetverlängerung zusammenlaufen. (Die in Fig. 11 angegebene offene Neutrallinie repräsentirt den Durchschnitt zwischen der Horizontalebene und dem erwähnten Buckel der Neutralebene; die geschlossene Neutrallinie dagegen den Durchschnitt zwischen derselben Horizontalen und der einen angeführten Spitze derselben Fläche.) Durch diese beiden Neutralflächen theilt man den Raum um den Magnet in vier Theile, die wir im Folgenden Quadranten nennen. Ein jeder solcher Quadrant wird mit Flächen einer bestimmten Art erfüllt, wie wir zeigen wollen. Für jeden Winkel, welcher kleiner wie der neutrale ist, erhält man eine Minimalfläche, die in der Form einem mehr oder weniger abgeplatteten oder schiefgedrehten Apfel gleicht, an dem man sich zwischen der Blume und dem Stiel zu beiden Seiten eine so grosse dütenförmige Oeffnung zu denken hat, dass die erwähnten Spitzen der Neutralfläche darin Platz finden können; natürlich muss diese Oeffnung sich näher der einen Seite des Apfels als der andern befinden. Denkt man sich einen solchen Apfel zwischen die beiden Neutralflächen in den Quadrant hineingesteckt, der sich am Südpole gegen Süden befindet, und einen ebensolchen im Quadranten gegen Norden beim Nordpole; ferner, dass beide Aepfel auf solche Weise angebracht

wären, dass die Spitzen der verticalen Neutralfläche durch obige Oeffnungen der Aepfel gehen können, ebenso dass ihre kleineren Kanten ihre Lage in den nach entgegengesetzten Richtungen ausgebogenen Buckeln der Neutralfläche erhalten, so hat man ein ungefähres Bild von der Form und Lage dieser Minimalflächen. Ausserdem aber hat man sich zu denken, dass diese Minimalflächen, deren jede ihrem bestimmten Winkelwerthe entspricht, einander umgeben, wie die Schalen oder Blätter einer Zwiebel, so dass die immer kleineren Winkelwerthen entsprechenden Flächen gefunden werden, je weiter man nach Innen kommt.

Die Maximalflächen dagegen liegen in den beiden übrigbleibenden, zwischen den beiden Neutralflächen befindlichen Quadranten, so dass die eine Gruppe in dem am Südpole gegen Norden gewendeten Quadranten liegt, während sich die andere am Nordpole befindet und sich südlich wendet. Die Form dieser Flächen kann zweien mit ihren starken Enden zusammengefügten Hörnern verglichen werden, die mit den Spitzen ungefähr zu einem Ringe zusammengebogen sind. Diese Spitzen finden sich in die oben erwähnten Düten der verticalen Fläche eingeschoben. Auch hier hat man sich für verschiedene Winkelwerthe die eine Fläche unaufhörlich die andere umschliessend zu denken, so dass die dem grössten Werthe des Winkels α entsprechende Fläche sich in eine krumme Linie verwandelt, welche wie ein ringförmig zusammengebogener Draht von allen übrigen Maximalflächen eingeschlossen wird.

Ein vollständiges Modell von diesen Flächen, wie es Professor Daug gezeichnet, würde demnach aus zwei gegen einander winkelrechten neutralen Flächen gebildet werden, von denen die eine eine horizontal durch den Mittelpunkt des Magnets gehende Ebene, die andere eine Ebene ist, die zwischen O und W liegt, aber in der Magnetnähe mit zwei nach je ihrer Richtung gewendeten Buckeln versehen ist, so dass der Verticaldurchschnitt der Fläche mit der Meridianebene ungefähr ein *S* bildet, oder, wenn man will, eine schiefe 8 von ungefähr dieser Form ( ).

Ueber der durch die Magnetmitte gehenden Horizontalebene und auf jeder ihrer Seite von der verticalen Neutralebene liegen die Maximal- und Minimalflächen eingeschoben, jene

gegen Nord und diese gegen Süd. Unter jener Horizontalebene befinden sich entsprechende Flächen, aber in entgegengesetzter Richtung gelegen als eben angeführt. Ueber und unter der fraglichen Horizontalebene findet also vollkommene Symmetrie statt, so dass die unter der Ebene liegenden Flächen vollständig erhalten werden, wenn die über der Ebene gelegenen durch Drehung 180° um die Ostwestlinie nach unten gewendet werden. Rücksichtlich der Lage der Magnetpole sei bemerkt, dass sie sich in gleicher Höhe mit den stärksten Ausbiegungen der verticalen Neutralfläche befinden.

Wäre das betreffende Modell so vollständig, dass alle Flächen für z. B. jeden 10. Grad des Ausschlagwinkels daselbst angegeben wären, so würde man, wo man immer einen Horizontalschnitt im Modell machte, sowohl die Maximal- und Minimalcurven wie die Neutrallinie erhalten. In jedem solchen Falle würde man also eine Vorstellung von der Lage und Beschaffenheit dieser Linien erhalten, ganz wie man beim Durchschneiden einer Zwiebel die gegenseitigen Lagen und Formen der einzelnen Blätter sieht. Aber man findet auch, wie verschieden das Aussehen dieser Linien sein muss je nach der Lage des ausgeführten Schnittes. Bei horizontalem Schnitte über der Magnetmitte liegen die Maximalcurven gegen Norden, aber die Minima gegen Süden wie gewöhnlich. Unter der Magnetmitte liegen diese Curven nach entgegengesetzter Richtung, also die Maxima südlich und die Minima nördlich. Macht man den Schnitt vertical und winkelrecht zum Meridiane, so erhält man die Maximalcurven nach oben, aber die entsprechenden Minima nach unten, wenn sich nämlich die Schnittebene nördlich vom Magnete befindet. Liegt sie südlich von ihm, so liegen die Curven in vollständig entgegengesetzter Weise. In beiden zuletzt erwähnten Fällen würde die Neutrallinie eine vollkommen gerade und horizontal gelegene Linie bilden; hierzu könnte eine neue Neutrallinie in Form einer geschlossenen Curve kommen, über oder unter jener liegend; diese Curve würde hervortreten, wenn der Verticalschnitt einen der oben erwähnten Buckel auf der vertical gestellten Neutralfläche abschnitte. Legt man den Schnitt endlich parallel mit der Meridianebene, so wird das Curvenaussehen noch complicirter. Man erhält dann zwei Systeme von Maximalcurven und zwei von Minimalcurven, die je in ihren Quadranten liegen, welche die

beiden einander fast winkelrecht schneidenden Neutrallinien dann erzeugen würden.

Beim ersten Blicke kann alles jetzt Angegebene als reine mathematische Haarspalterei erscheinen, ohne jeglichen praktischen Nutzen und Anwendbarkeit; aber eine solche Behauptung wäre etwas übereilt, wie das folgende Beispiel lehren dürfte. (Verführe man auf analoge Weise betreffend die Stellung der freien Compassnadel in der Nähe der Magnetstange, so würde man isogonische Flächen erhalten.)

Das Eisenerzvorkommen Taberg in Småland und verschiedene Lager in der Lappmark liegen bekanntlich zum guten Theile über der umgebenden Erdoberfläche. Wenn man in einem solchen Falle annimmt, dass das Erzcentrum in gleicher Höhe mit der Erdfläche liegt, so würden bei vollständigen Messungen rings um den Berg alle Deviationswinkel sich einander gleich erweisen, mithin nicht andeuten, dass sich das geringste Erz in der Nähe befände. Unleugbar würde ein solches Resultat Jedermann in hohem Grade verwundern, der die durch die Mitte des Erzcentrums gehende Neutralfläche nicht kännte, in welcher nach der Annahme die Messungen wirklich erfolgten.

Wäre es dagegen bei einer solchen Messung vorgekommen, dass die in der Erdfläche erhaltenen Maximalwinkel südlich liegend, während die Minimalwinkel nördlich vom Berge gelegen gefunden wären, so wäre man darnach zu dem Schlusssatze berechtigt, dass das Erzcentrum über der Erdoberfläche läge und dass die Erztiefe unter dieser Fläche nicht so gross wäre, als über derselben. Ein entgegengesetztes Resultat erhielte man, wenn es sich hier wie gewöhnlich zeigte, dass die Maxima nördlich, aber die Minima südlich sich befinden. Aber die wichtigste Anwendung dieser Flächen hat man bei Messungen unten in der Grube. Wenn man nämlich mit einem Grubencompasse unmittelbar über der Grube Untersuchungen anstellt, also mitten über oder besser etwas nördlich vom Erze, so wird der Nordpol der Compassnadel von dem nach oben gewendeten Südpole des Erzes angezogen; dabei stellt sich die Nadel lothrecht mit ihrem Nordpole nach unten gewendet. Geschehen solche Messungen im Tiefsten einer Grube, so wird der Nadelsüdpol vom nach unten gewendeten Erznordpole angezogen, woraus dann folgt, dass die Nadel, die sich nun

unter jenem Nordpole befindet, sich auch hier in eine lothrechte Stellung mit dem Südpole nach oben und dem Nordpole nach unten gewendet stellen muss. Der Grubencompass nimmt also über und unter dem Erze seine gewöhnliche Stellung mit dem Nordpole nach unten ein und wird in beiden Fällen gleich starke Anziehung zeigen.

Obgleich nichts einfacher sein kann, als dies, so hat man doch dieser Stellung der Compassnadel zuweilen eine ganz andere Deutung geben wollen, nämlich die, dass ein neues und tiefer gelegenes Erzmittel die Ursache der starken Anziehung im Grubentiefen sein sollte. Eine solche Annahme ist aber ganz übereilt, da ja die beobachtete Thatsache sich ganz einfach durch die Einwirkung der über der Nadel befindlichen, dem schon bekannten Funde angehörigen Erzmasse erklären lässt. Den Versuch, der über dieses Verhalten vollständig aufklärt, kann Jedermann mit Hülfe einer weichen Eisenstange, oder einer magnetisirten Stahlstange und eines Grubencompasses anstellen. Will man in einer Grube vollständig entschieden wissen, ob eine neue Erzmasse unter der schon bekannten liegt, oder nicht, so kann dies mittelst Deviationsmessungen geschehen. Stellt man solche Beobachtungen in den verschiedenen Sohlen einer Grube an und bringt die Winkelwerthe in üblicher Weise zu Papier, so findet man die Maxima nördlich, die Minima hingegen südlich gelegen, so lange man sich über dem Erzcentrum befindet. In der Mitte des Erzes sollte man eigentlich dieselben Winkel überall erhalten; aber wenn das Erz zu einem guten Theile abgebaut ist, so wirken die zurückgebliebenen Pfeiler einzeln wie Magnete und deshalb kann man wohl anhaltend Winkel von verschiedener Grösse finden, wiewohl sie so untereinander vermengt sind, dass man schwerlich entscheiden kann, nach welcher Richtung die Winkel der einen oder der anderen Art eigentlich liegen sollen. Je tiefer unter das Erzcentrum der Beobachter gelangt, desto deutlicher muss die Lagenveränderung der Curven sich zeigen. Hier erfolgt eine vollständige Umstellung, so dass die Minima jetzt nördlich, die Maxima aber südlich liegen; vor Allem muss dies im Grubentiefsten der Fall sein. Alles dies ist in Uebereinstimmung mit dem, was oben über die gegenseitige Lage der verschiedenen Flächen gesagt wurde, und dies ist auch durch wirkliche Messungen bekräftigt worden. In gewissen Eisenstein-

gruben hat man nämlich eine solche Umstellung der Maxima- und Minimalage im tieferen Theile der Grube beobachtet.

Handelt es sich darum, für alte Gruben die Tiefe des Erzstockes zu bestimmen, so kann man auf wesentlich verschiedene Weise verfahren. Zunächst geschieht dies mittelst der im Vorhergehenden erwähnten, an der Tagesoberfläche angestellten Intensitäts- oder Inclinationsmessungen, und dann durch Deviationsbeobachtungen in der Grube selbst. Liefern diese beiden Verfahrungsarten dasselbe Resultat, so dürfte eine solche Uebereinstimmung betreffend die Tiefe des Erzcentrums, woraus die Grösse der Erzmasse, wenn der Abraum bekannt ist, sich dann ableiten lässt, wie es scheint, ein weit grösseres Vertrauen einflössen können, als eine schlechte Deutung der Angaben des Grubencompasses.

Aber, dürfte Mancher einwenden können, wenn sich wirklich zwei Erzlinsen, die eine über der anderen befinden, welche Resultate zeigen die Intensitätsmessungen in einem solchen Falle? Direct angestellte Versuche mit zwei über einander gestellten Magnetstangen, deren nahegelegenen Pole bald in grösserem, bald in kleinerem Abstande von einander sich befanden, haben auf diese Frage eine vollständige Antwort gegeben. Wenn nämlich diese Polflächen einander ganz nahe stehen, so dass der eine Pol fast unmittelbar beginnt, wo der andere endigt, so gestalten sich beide Magnetstangen wie eine einzige, und erst im Zwischenraume zwischen ihnen kommt dann die horizontal gelegene Neutralfläche zu liegen. Wird dagegen der Abstand zwischen den beiden Magneten gross, so entsteht ein mehr complicirtes Verhalten. Zunächst hat da jeder Magnet seine besonderen, auf gewöhnliche Weise gruppirten Maximal- und Minimalflächen in seiner unmittelbaren Nähe, und ebenso eine horizontale Fläche bei jeder Stangenmitte; aber ausserdem verläuft zwischen beiden Stangen eine neue Neutralfläche. In grösserem Abstande von der zusammengesetzten Stange befindet sich ein neues System von Maximal- und Minimalflächen mit dazwischen liegender Neutralfläche, die dem Systeme im Ganzen angehören.

Wendet man dieses auf einen Erzfund an, der aus zwei übereinander gestellten Linsen besteht, und hat man in der oberen oder der Erdoberfläche zunächst gelegenen die Minima nördlich gefunden, so muss tiefer, ungefähr mitten zwischen

beiden Linsen, wenn sie gleich gross sind, die horizontale Fläche gefunden werden. Ist dies geschehen, so ändern die verschiedenen Curvenarten den Platz, so dass die Maximalcurven von Neuem nördlich auftreten. Wenn man also vom Boden einer Erzlinse tiefer geht, so kann nicht die geringste Hoffnung auf das Vorhandensein einer neuen Linse unter der ersten früher gehegt werden, als bis man wirklich die erwähnte Neutralfläche gefunden. Ist dies aber wirklich erfolgt, dann hat das Weiterarbeiten in die Tiefe gute Gründe für sich. Messungen in der Grube können natürlich auch in der Beziehung von Nutzen sein, als man mit ihnen sicherer denn sonst bestimmen kann, nach welcher Richtung Versuchsorte anzulegen sind. Dennoch dürfte keine so kleine Auswahl erforderlich sein, um die Angaben des Instruments recht zu benutzen, wenn innerhalb einer kleineren Fläche Maximal- und Minimalwinkel in grosser Anzahl vorkommen.

§ 8. Untersuchung der Erzfundgrösse und deren Veränderungen.

Um mit Hülfe der magnetischen Messungen im Voraus, ehe noch ein Theil des Erzes blossgelegt, seine Grösse zu bestimmen, dies dürfte, wenn grosse Genauigkeit verlangt wird, eine sehr schwere Aufgabe sein. Bei solchen Bestimmungen würde nämlich die Kenntniss von der chemischen Erzbeschaffenheit, seiner Form, Neigung etc. erforderlich sein, was nicht immer genügend genug bekannt ist. Verschiedene Erzsorten nehmen verschiedene Quantitäten Magnetismus an, so dass eine gegebene Erzmasse von bestimmter Art verschiedene magnetische Wirkung ausüben kann, wie eine andere gleich grosse Masse einer anderen Erzart. Dies ist ein bekanntes Sachverhalten, aber irgend welche genaue Bestimmungen in diesen Beziehungen für verschiedene Erzarten sind meines Wissens nicht gemacht. Dazu kommt, dass die Erze aller Wahrscheinlichkeit mit dem weichen Eisen die Eigenschaft theilen, dass sie für eine gegebene Masse verschiedenen Magnetismus annehmen, je nach der dem Stücke gegebenen Form. Man ersieht also, dass es sich jetzt nur darum handeln kann, bei der Bestimmung der Fundgrösse die allererste Annäherung zu erlangen. Leichter dürfte es sein, die Grössen nahe gelegener

Funde mit einander zu vergleichen, von denen man die begründete Vermuthung haben kann, dass sie in der chemischen Beschaffenheit und in der Form einander gleich sind. Dabei muss man jedoch annehmen, dass die Stärke des Erzmagnetismus proportional zur eigenen Grösse der Erzmasse ist, welche Annahme augenblicklich die einzig mögliche zu sein scheint.

Bemerkung. Angenommen, die Grösse der Erzmasse ist proportional zum magnetischen Momente des Erzstockes, so erhält man nach (55), wenn man α seinen Minimalwerth und φ seinen Maximalwerth giebt,

$$M = \frac{25\sqrt{5}}{48} \cdot H z^3 \cdot \left[\frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha_{min}} - 1\right],$$

worin man für H den für die Gegend geltenden Werth und für z die Erztiefe einsetzt. Bei Vergleichung zwischen gleichförmigen Erzen von derselben chemischen Beschaffenheit erhält man

$$\frac{M}{M'} = \left(\frac{z}{z'}\right)^3 \cdot \frac{\frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha_{min}} - 1}{\frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha'_{min}} - 1}.$$

Leichter als die Bestimmung der wirklichen Erzgrösse dürfte es sein, die Veränderungen zu beurtheilen, die sie in einer bestimmten Zeitdauer durch fortgesetzte Bearbeitung erlitten hat. Denkt man sich nämlich, dass von einem bestimmten Erzfelde eine magnetische Karte angefertigt wurde, so muss nach Entfernung einer bedeutenden Erzmasse die Grösse der Winkelwerthe selbst nicht unwesentlich verändert sein. Auch die Lage der Curven wird verändert sein, wenn das Erz hauptsächlich im oberen oder unteren Grubentheile abgebaut wurde. Wohl ist es jetzt noch zu frühzeitig, bestimmen zu wollen, wie viel Erz in einer Grube abzubauen ist, damit solche Veränderungen auf den Karten gemerkt werden können, aber sicher ist, dass die betreffenden Curven unaufhörlich ein getreues Bild von dem Zustande des Erzfundes bei den Messungen liefern müssen.

Bemerkung. Sjögren sagt, dass der Magnetometer bei dieser Untersuchung irreführen könnte, da der angewendete Magnet mit der Zeit Veränderungen erleidet; nach einiger Zeit giebt das Instrument nicht dieselbe Zahl an wie vorher. Letzteres ist wahr, aber deshalb muss man das Instrument für den fraglichen Zweck auch nicht so brauchen, dass man sich einzig und allein nach der Grösse des Winkelwerthes an einem gegebenen Punkte richtet. Man muss deshalb untersuchen, ob die Neutral-

linie und die Maximal- und Minimalpunkte sich an derselben Stelle auf dem Erzfelde wiederfinden, wie früher, oder ob sie ihre gegenseitige Lage veränderten. Ferner hat man die Grösse der Deviationswinkel an den erwähnten Punkten, oder mindestens im Minimalpunkte und im Zusammenhange damit auch den Neutralwinkel zu messen. Combinirt man (26) und (27), so erhält man

$$(H + F_{max}) \sin \alpha_{min} = (H - F_{max}) \sin \alpha_{max}$$

und daraus folgt

$$\frac{F_{max}}{H} = \frac{\sin \alpha_{max} - \sin \alpha_{min}}{\sin \alpha_{max} + \sin \alpha_{min}}.$$

Die Gleichung (26) allein giebt

$$\frac{F_{max}}{H} = \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha_{min}} - 1.$$

Diese Messungen, welche nur bei H Unveränderlichkeit voraussetzen, sind, wie alle in dieser Arbeit angegebenen, nur relative (von absoluten magnetischen Messungen wagte ich hier nicht zu sprechen), und sie beziehen sich stets auf den neutralen Winkel. Wird die Stärke des ablenkenden Magnets vermindert, so wird auch dieser Winkel verkleinert und mit ihm alle übrigen. Aber die Lage der Maximal- und Minimalpunkte ist dagegen vollkommen unabhängig vom magnetischen Instrumente; die Lage dieser Punkte beruht nämlich ausschliesslich auf der Lage und Beschaffenheit des Erzes. Ebenso bleibt der nach den früher angegebenen Formeln berechnete Werth von $\frac{F_{max}}{H}$ unabhängig vom Instrumente. Will man noch genauer sein, so hat man auch auf die Veränderungen aufmerksam zu sein, die mit der Zeit H erleiden kann; für jetzt dürfte dies aber nicht nöthig sein. Wenn man also das Instrument auf diese jetzt von mir angegebene Weise benutzt, so wird man bestimmt wissen, ob und wie sehr sich F_{max} während einer gegebenen Zeit geändert und dabei kann der Magnetometer nicht irreleiten.

Wünscht man bei einer späteren Gelegenheit wirklich dieselbe Zahl für einen bestimmten Punkt wieder zu erhalten, so lässt auch dies sich erreichen, wenn man nur den gegenseitigen Abstand des Magnets und der Nadel ändert, bis der neutrale Winkel derselbe wird, wie früher. Viele Instrumente sind auch sogleich so eingerichet, dass man eine solche Veränderung

längs des Armes ohne Schwierigkeit erreichen kann. Aus der Formel

$$H \,.\, sin\, \alpha_0 = \frac{2\,M}{e^3}$$

ersieht man nämlich, dass sich α_0 mit M ändern muss. Aber ebenso ersieht man, dass, wenn sich M verkleinert, der ursprüngliche Werth von α_0 wiederzuerhalten ist, wenn man den Abstand e entsprechend vermindert.

Uebrigens erscheint es mir höchst sonderbar, dass man hierbei von Irreführen durch den Magnetometer sprechen kann, während man sich gleichzeitig mit dem weniger genauen „Grubencompasse“ und seinen so unbestimmten Angaben begnügt, die mit starker, weniger starker und schwacher Anziehung ausgedrückt werden. Wie Jedermann weiss, ändert sich mit der Zeit der Nullpunkt des Thermometers, welches Instrument also auch in gewisser Beziehung irreführt. Aber aus diesem Grunde ist man doch wohl nicht berechtigt, die mit dem Thermometer gemachten Temperaturbeobachtungen zu verwerfen und dafür z. B. den mittelst des Gefühls erhaltenen ungefähren Bestimmungen „warm“ oder „kalt“ den Vorzug zu geben.*)

Auch bei in der Grube eingetroffenen Brüchen scheinen nach dem vorstehend Angeführten magnetische Messungen von Nutzen zu sein. Mindestens wäre es interessant, zu untersuchen, wie die schnelle Ortsveränderung der Erzmassen im Erdinnern den Verlauf der magnetischen Curven verändern könnte. Vielleicht würde man schon durch solche Messungen über Tage einen Begriff von der Grösse des eingetretenen Bruches erlangen können.

Angenommen, die grösste Erzmenge wäre bereits abgebaut und weggeschafft, so müsste sich dies dadurch zeigen, dass die Maximal- und Minimalwinkel fast vollständig von der Karte verschwanden und sie sich in ihrer Grösse demnach dem Werthe des neutralen Winkels näherten. Das einzige Erinnerungszeichen an die Blüthezeit der Grube wird dann zuletzt haupt-

---

*) Herr Sjögren ist der bekannte Verfechter des schwedischen Raubbaues von oben nach unten gegenüber dem rationellen Abbau von unten nach oben. Der Bearbeiter.

sächlich die neutrale Linie, die in Folge der kleinen, an den Stössen zurückgebliebenen Erzreste fortwährend über oder nahe der Tagesöffnung verläuft, um der Nachwelt zu zeigen, wo die ihrer Reichthümer entkleidete Schatzkammer dereinst gelegen war.

Wenn also solche magnetische Karten von Zeit zu Zeit auf einem bestimmten Erzfelde angefertigt und mit solchen älteren Datums verglichen würden, so würde auf diese Weise eine Art Abschätzung des noch vorhandenen Erzvorrathes ermöglicht werden können. Ebenso wie die Rechenschaftsberichte die jährlich gewonnene Erzmasse enthalten, könnten auch die magnetischen Karten und die daraus abgeleiteten Resultate mindestens annähernd angeben, wie viel Erze von der einen Generation auf die andere überkamen. Solche statistische, für einige der wichtigeren Erzgegenden sorgfältig gesammelte Angaben würden, abgesehen von dem Interesse der Grubenbesitzer selbst, für den Nationalöconomen und für das ganze Land ebenso wichtig sein, wie analoge Berechnungen, z. B. über den Steinkohlenreichthum, in anderen Ländern es sind.

In dem Vorstehenden handelte es sich nur um Eisenerzlager, aber es ist klar, dass dieselbe Untersuchungsmethode sich ebenso gut zur Anwendung auf Erzfeldern eignet, welche Kupfer- und Nickelerze u. s. w. führen, da diese gewöhnlich magnetisch sind. Bereits gemachte Beobachtungen haben auch dargethan, dass sich daselbst ganz dasselbe Verhalten rücksichtlich des Curvenlaufes zeigt, wie bei Eisensteingruben, natürlich mit dem Unterschiede, dass die Winkelwerthe bei Kupfer- und Nickelerzfeldern bedeutend kleiner ausfallen. Wäre es nöthig, so könnte man bei der Untersuchung solcher Erzfelder das jetzt gewöhnlich angewendete Instrument mit einem empfindlicheren vertauschen, um dadurch bei den Bestimmungen alle erforderliche Genauigkeit zu gewinnen.

Druck von A. Th. Engelhardt in Leipzig.

Druckfehler und Ergänzungen.

S. 13, Z. 8 v. o. lies Dannemora statt Donnemora.
S. 23, Z. 7 v. u. ist zuzufügen:
Den kleinsten Werth von R erhält man für $\beta = 180^{\circ}$, der also dem nördlich von A befindlichen Punkte E angehört.
S. 24, Z. 6 v. u. lies (9) statt (8).
S. 29, Z. 1 v. o. lies T' statt F.
S. 30, Z. 9 v. o. lies T' statt F'.
S. 39, Z. 8 v. o. lies $H < F_{max} < 2H$ oder statt $H < F_{max}$ oder.
S. 41, Z. 12 v. o. ist beizufügen:
Ausserdem gehören diese Punkte derselben isogonischen Curve an, folglich müssen ihre Declinationswinkel unter sich gleich gross sein.

MAGNETISCHE MESSUNGEN IN EISENERZFELDERN.

Fig. 1.

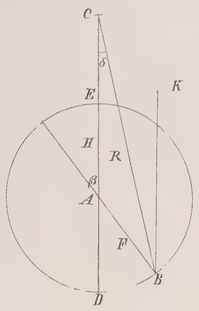


Fig. 2.

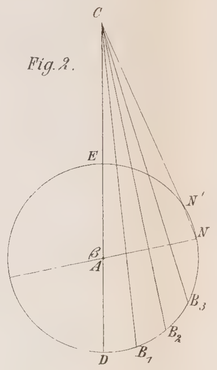


Fig. 3.

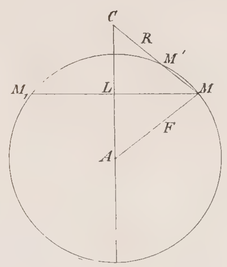


Fig. 4.

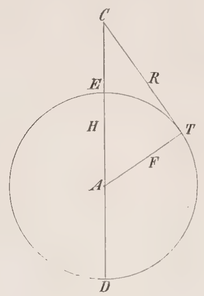


Fig. 5.

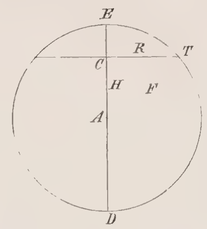


Fig. 6.

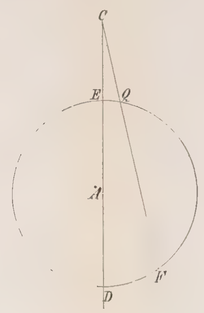


Fig. 7.

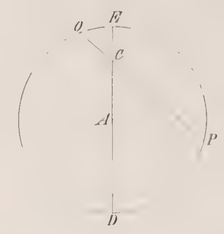


Fig. 8.

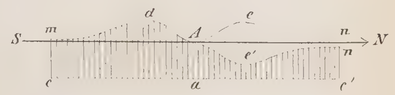


Fig. 9.

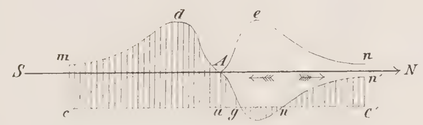


Fig. 10.

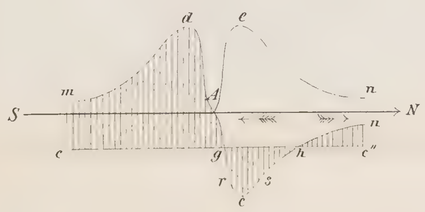


Fig. 11.

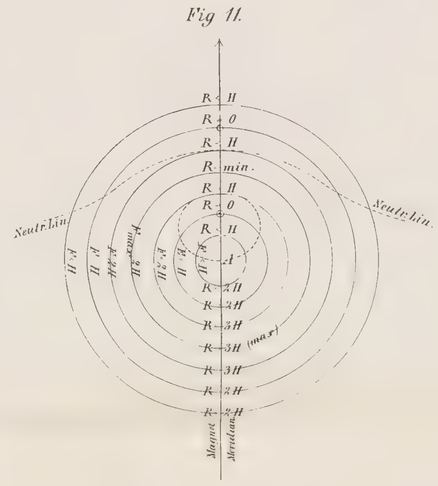


Fig. 12.

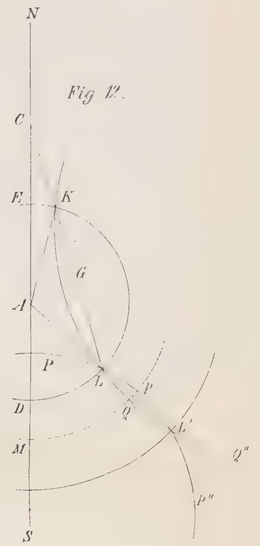


Fig. 13.

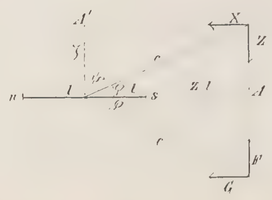


Fig. 16.

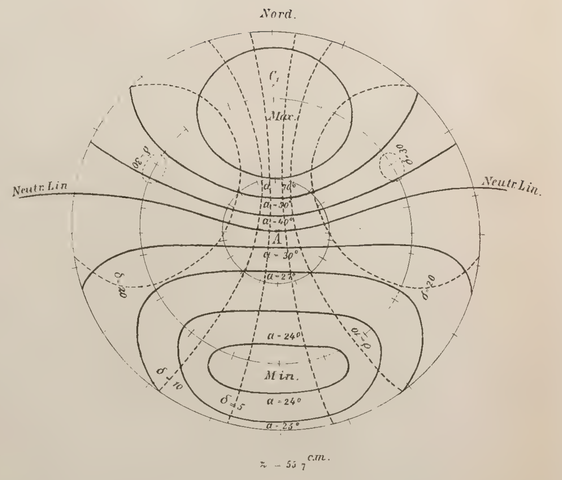


Fig. 17.

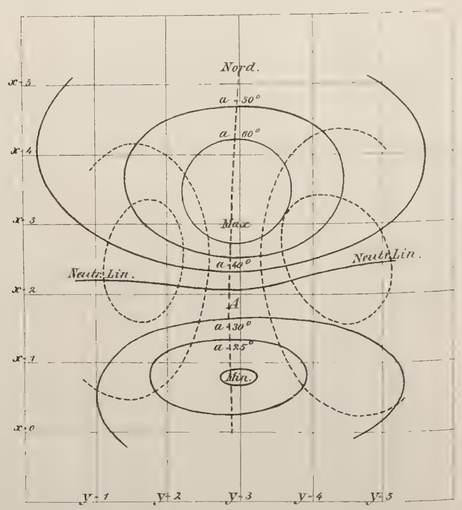


Fig. 18.

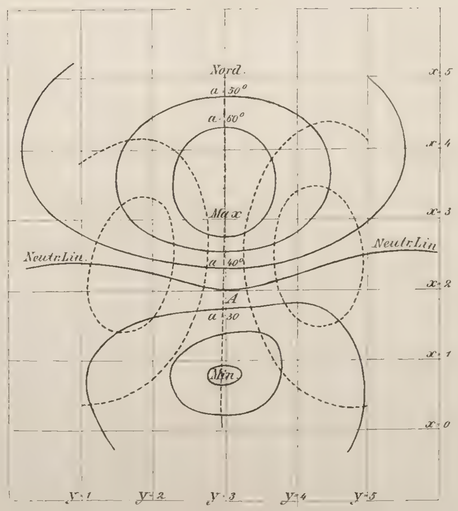


Fig. 14.

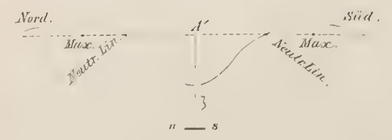
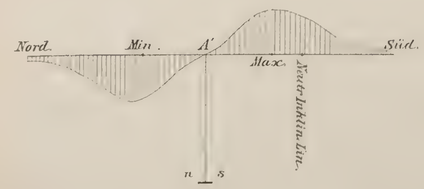


Fig. 15.



Verlag von Arthur Felix in Leipzig.

Lith. Anst. v. Steinmetz & Bormemann, Meißen

Verlag von Arthur Felix in Leipzig.

Hauer, Jul. Ritter von, Die Hüttenwesens-Maschinen. Zweite vermehrte und grösstentheils umgearbeitete Auflage. Mit einem Atlas von 47 lithogr. Tafeln. gr. 8. 1876. 32 ℳ

— Die Fördermaschinen der Bergwerke. Zweite verbesserte und zum Theil umgearbeitete Auflage. Mit einem Atlas von 40 lithogr. Tafeln. gr. 8. 1874. 20 ℳ

— Die Ventilationsmaschinen der Bergwerke. Mit 7 lithographirten Tafeln. gr. 8. 1870. 4 ℳ

— Die Wasserhaltungsmaschinen der Bergwerke. 2 Lieferungen. Mit einem Atlas von 65 lithographirten Tafeln. gr. 8. 1878/1879. 40 ℳ

Heberle, E., Das neue Aufbereitungswerk in Falun mit selbstthätigen mechanischen Vorrichtungen und vollständiger Continuität des Betriebes. Mit 2 lithographirten Tafeln. gr. 4. 1873. 3 ℳ

Kerl, Bruno, Handbuch der metallurgischen Hüttenkunde zum Gebrauche bei Vorlesungen und zum Selbststudium. In 4 Bänden. Zweite, umgearbeitete und vervollständigte Auflage. 1.—4. Band. gr. 8. 1861—65. 61 ℳ

I. Band. Allgemeine metallurgische Hüttenkunde. Mit 13 lithogr. Tafeln u. 1 graphischen Windtabelle. 1861. 18 ℳ

II. Band. Blei, Kupfer, Zink, Cadmium, Zinn, Quecksilber, Wismuth. Mit 8 lithogr. Tafeln. 1863. 15 ℳ

III. Band. Eisen und Stahl. Mit 8 lithographirten Tafeln. 1864. 16 ℳ

IV. Band. Silber, Gold, Platin, Nickel, Antimon, Arsen, Schwefel. — Nachträge, Sach- und Ortsregister zu Band I—IV. Mit 5 lithogr. Tafeln. 1865. 12 ℳ

— Theoretisch-praktisches Handbuch der Eisenhüttenkunde. Mit 8 lith. Tafeln. (Separat-Ausgabe aus dem Handbuche.) 1864. 16 ℳ

— Grundriss der allgem. Hüttenkunde. Zweite Auflage unter der Presse.

— Grundriss der Metallhüttenkunde. Mit 246 Holzschn. gr. 8. 1873. 13 ℳ

— Grundriss der Eisenhüttenkunde. Mit 222 Holzschn. gr. 8. 1875. 13 ℳ

— Grundriss der Eisenprobirkunst. Mit 36 Holzschn. gr. 8. 1875. 2 ℳ

— Metallurgische Probirkunst. Zum Gebrauche bei Vorlesungen und zum Selbststudium. Mit 8 lithogr. Tafeln. gr. 8. 1866. 11 ℳ

— Repertorium der technischen Literatur. Neue Folge, die Jahre 1854 bis einschliesslich 1877 umfassend. Herausgegeben im Auftrage des Königlich Preussischen Ministeriums für Handel, Gewerbe und öffentliche Arbeiten. 8 Bände. Lex.-8. 92 ℳ

Der Jahrgang 1878 befindet sich unter der Presse.

Kerpely, A. K. Ritter **von,** Bericht über die Fortschritte der Eisenhüttentechnik. Nebst einem Anhange, enthaltend die Fortschritte der anderen metallurgischen Gewerbe. I.—XII. Jahrgang, enthaltend die Jahre 1864 bis 1875. Mit 80 lithographirten Tafeln. gr. 8. 167 ℳ

Der 13. und 14. Jahrgang, enthaltend die Jahre 1876/77, befindet sich unter der Presse.

— Die Anlage und Einrichtung der Eisenhütten. Ausführliches praktisches Handbuch für Hüttentechniker, Hüttenbesitzer und Ingenieure, sowie für Studirende der Bergwissenschaften. 1. Lieferung. Mit Holzschnitten im Text und einem Atlas von 17 lithogr. Tafeln. 1873. 13 ℳ

— 2. Lieferung. Mit einem Atlas von 22 lith. Tafeln. gr. 8. 1876. 22 ℳ

— Ueber Eisenbahnschienen. (Versuche und Studien.) Mit zahlreichen Holzschnitten und 18 lithogr. und Naturdruck-Tafeln. gr. 4. 1878. 15 ℳ

Plattner, C. Fr., Vorlesungen über allgemeine Hüttenkunde. Nach dem hinterlassenen Manuscripte herausgegeben und vervollständigt von Professor Theodor Richter. 2 Bde. Mit 150 in den Text gedruckten Holzschnitten. gr. 8. 1860—1863. 13 ℳ

— Die metallurgischen Röstprocesse theoretisch betrachtet. Mit 45 in den Text eingedruckten Holzschn. gr. 8. 1856. 8 ℳ

Rammelsberg, C. F., Lehrbuch der Krystallkunde oder Anfangsgründe der Krystallographie, Krystallophysik und Krystallochemie. Ein Leitfaden beim Studium der Chemie und Mineralogie. Mit 250 Holzschn. im Text und 3 lithogr. Tafeln. gr. 8. 1852. 8 ℳ

Verlag von Arthur Felix in Leipzig.

Rammelsberg, C. F., Handbuch der krystallograph. Chemie. Mit 401 Holzschnitte. gr. 8. 1855. 12 ℳ

— Die neuesten Forschungen in der krystallograph. Chemie, zugleich als Supplement zu dem Handbuch der krystallographischen Chemie. Mit 207 Holzschnitten. gr. 8. 1857. 8 ℳ

Reiche, H. von, Anlage und Betrieb der Dampfkessel. Handbuch für Ingenieure, Rathgeber für Industrielle und Anweisung für Kesselwärter. Zweite vermehrte Auflage. Mit 122 Holzschnitten und einem Atlas von 18 lithogr. Tafeln. gr. 8. 1876. 18 ℳ

— Die Dampfkessel der Wiener Weltausstellung 1873, mit Berücksichtigung überhaupt der neueren Fortschritte und Richtungen in Dampfkessel-Anlagen. Bericht an Ingenieure und Rathgeber für Industrielle. Mit 6 lith. Tafeln und vielen Holzschnitten. gr. 8. 1874. 7 ℳ

— Dienst-Vorschriften für Kesselwärter. Placat zum Aufhängen im Kesselhause. 30 ₰.

— Die Maschinenfabrication. Entwurf, Kritik, Herstellung und Veranschlagung der gebräuchlichsten Maschinen-Elemente. Zweite vermehrte Auflage. Mit in den Text gedruckten Holzschnitten und einem Atlas von 70 lithogr. Tafeln. gr. 8. 1876. 40 ℳ

— Neue Dampfmaschinen-Präcisions-Steuerung. Mit 2 lithogr. Tafeln. gr. 8. 1874. 3 ℳ

— Die directe, momentane und sichere Einwirkung des Regulators auf die Meyer'sche Schiebersteuerung für variabele Expansion. 4. 1876. 3 ℳ

— Die Gesetze des Turbinenbaues. Mit 24 in den Text gedruckten Holzschnitten. 8. 1877. 10 ℳ

Schmidt, Robert, Die Locomobile mit besonderer Rücksicht auf ihren ökonomischen und sicheren Betrieb, sowie auf ihre Anwendung in der Landwirthschaft und den ländlichen Gewerben. Zum praktischen Gebrauche für Besitzer und Wärter von Locomobilen etc. Mit 2 lithogr. Tafeln und vielen Holzschn. gr. 8. 1864. 4 ℳ

Tunner, P. von, Das Eisenhüttenwesen in Schweden. Beleuchtet nach einer Bereisung der vorzüglichen Eisenwerke daselbst im Jahre 1857. Mit i. d. Text eingedr. Holzschn. u. 6 lith. Tafeln. gr. 8. 1858. 3 ℳ 60 ₰.

— Russlands Montan-Industrie, insbesondere dessen Eisenwesen. Beleuchtet nach der Industrie-Ausstellung zu St. Petersburg und einer Bereisung der vorzüglichsten Hüttenwerke des Urals im Jahre 1870. Mit 5 lithogr. Tafeln. gr. 8. 1871. 10 ℳ

— Die Stabeisen- und Stahlbereitung in Frischherden oder der wohlunterrichtete Hammermeister. Eine gemeinfassliche Darstellung aller vorzüglicheren europäischen Herdfrischereien. 2 Bände. Mit in den Text eingedruckten Holzschnitten und 6 lithogr. Tafeln. Zweite, verbesserte und vermehrte Auflage. gr. 8. 1858. 13 ℳ

— Ueber die Walzenkaliberirung für die Eisenfabrikation. Mit eingedr. Holzschnitten und 10 lithogr. Tafeln. gr. 8. 1867. 8 ℳ

Weisbach, Albin, Tabellen zur Bestimmung der Mineralien nach äusseren Kennzeichen. Zweite Auflage. 8. 1878. 2 ℳ

Winkler, K. A., Die europäische Amalgamation der Silbererze und silberhaltigen Hüttenproducte. Zweite Auflage. Mit 1 lithogr. Tafel und 1 Holzschnitt. gr. 8. 1848. 4 ℳ

Zerrenner, Carl, Die Braunstein- oder Manganerzbergbaue in Deutschland, Frankreich und Spanien. Ein monographischer Versuch für Geologen, Bergleute, Glashüttenbesitzer, Leiter von Chemikalien-Fabriken u. s. w. Mit 2 lithogr. Tafeln. gr. 8. 1861. 4 ℳ

Zeuner, Gustav, Die Schiebersteuerungen. Mit besonderer Berücksichtigung der Locomotiven-Steuerungen. Vierte, verbesserte und vermehrte Auflage. Mit Holzschnitten und 6 lith. Tafeln. gr. 8. 1874. 8 ℳ

Zincken, C. F., Die Braunkohle. Ein populärer Vortrag. 8. 1878. 1 ℳ

Druck von A. Th. Engelhardt in Leipzig.

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Thalén, Robert

Untersuchung von Eisenerzfeldern durch magnetische Messungen von Robert Thalén. Aus Jern-Kontorets Annaler 1879 bearbeitet von B. Turley

Leipzig 1879

Metall. 114 x
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11390817-5